



Olası Durumlar

» Kesin olarak emin olmadığımız durumlar olasılık konusunda incelenir. Günümüzde, olasılık hesapları büyük önem taşır. Örneğin, meteoroloji tahminlerinde, ticaretle, tarımda, sağlıkta, eğitimde benzer pek çok durumda olasılık hesapları yapılır. Olasılık; bir şeyin olmasının veya olmamasının matematiksel değeridir.

- Bir olasılık deneyinde elde edilebilecek sonuçların her birine **çıkı** denir.
- Bir deneyde gerçekleşmesini istediğimiz veya istemediğimiz durumlara **olay** denir.
- Bir deneyin bütün çıktıların oluşturduğu durumlara **olası durumlar**(Örnek uzay) denir.
- Bir olayın olmasının veya olmamasının matematiksel değerine o **olayın olasılığı** denir.

Örnek 1: "İZOLASYON" kelimesinin harfleri, her biri aynı özellikteki kartlara yazılarak bir torbaya atılıyor. Sonra torbadan rastgele bir kart çekiliyor. Çekilen kartta "O" yazma olayını inceleyelim.

Deney: Torbadan kart çekilmesi

Deneyin çıktıları(Ö): İ, Z, O, L, A, S, Y, O, N

Olay : Çekilen kartta "O" yazması.

Olayın çıktıları(A): "O, O"

Örnek 2: Bir zar atıldığında üst yüzüne 5 gelmesi durumunu inceleyelim.

Deney:

Deneyin çıktıları (Ö):

Olay :

Olayın çıktıları (A):

Örnek 3: "MATEMATİK" kelimesinin harfleri eş özellikteki kâğıtlara yazılarak bir torbaya konuluyor. Rastgele seçilen bir kâğıtta A harfi olması olasılığını inceleyelim.

Deney:

Deneyin çıktıları (Ö):

Olay :

Olayın çıktıları (A):

Örnek 4: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

Yukarıda verilen sayılar arasında rastgele bir seçim yapıldığında seçilen sayının 3'ün katı olma olasılığını inceleyelim.

Deney:

Deneyin çıktıları (Ö):

Olay :

Olayın çıktıları (A):

Örnek 5: Sınıflar arası düzenlenen bir futbol turnuvasında takımlar 7 as oyuncu ve 3 yedek oyuncudan oluşmaktadır. 8. sınıf takımının yedek oyuncuları Kenan, Murat ve Ayhan olduğuna göre bu yedek oyuncular arasından bir oyuncu seçilme olayının olası durumlarını belirleyelim.

Örnek 6: Tayfun Öğretmen, sınıfı için bir başkan seçmek istemektedir. Sınıf 37 kişiden oluştuğuna göre bir başkanın seçilmesindeki olası durumların sayısını bulalım.

Örnek 7: Erkan iki madeni parayı aynı anda havaya atıyor ve paraların üst yüzeylerinin aynı olmasını istiyor.

Deney:

Deneyin çıktıları (Ö):

Olay :

Olayın çıktıları (A):

Örnek 8: İki zar birlikte atılıyor ve üst yüze gelen noktaların toplamının 7 olması isteniyor.

Deney:

Deneyin çıktıları (Ö):

Olay :

Olayın çıktıları (A):

Daha Fazla, Daha Az ve Eşit Olasılıklı



İki farklı olayın olası durum sayıları birbirlerine eşit, biri diğerinden fazla veya az olabilir. Bu durum, eşit, daha fazla veya daha az olasılıklı olaylar şeklinde ifade edilir.

Örnek 9: Bir okulda 2200 öğrenci ve 125 öğretmen vardır.

Bu okuldan rastgele seçilen birinin öğrenci olma olasılığı daha fazladır. Çünkü öğrenci sayısı öğretmen sayısından daha fazladır.

Bu okuldan rastgele seçilen birinin öğretmen olma olasılığı daha azdır. Çünkü öğretmen sayısı öğrenci sayısından daha azdır.

Örnek 10: Üzerinde 1’den 20’ye kadar numaraların bulunduğu eş büyüklükteki toplar, bir kutuya koyulduğunda rastgele seçilen bir topun numarasının asal sayı olma olasılığı ile asal sayı olmama olasılıklarını inceleyelim.

Olasılıklarının eşit olması için hangilerinden kaç tanesinin torbadan çıkarılması gerekir?

Örnek 11: “BALIKESİR” kelimesindeki harfler eş özellikteki kâğıtlara yazılıp bir torbaya atılıyor. Buna göre seçilen harflerin olasılık durumlarını inceleyelim.

Örnek 12: “ANKARA” kelimesindeki harfler eş özellikteki kâğıtlara yazılıp bir torbaya atılıyor. Buna göre seçilen harflerin olasılık durumlarını inceleyelim.

Örnek 13: Aşağıda verilen durumları “daha fazla”, “eşit” veya “daha az” olasılıklı olma durumlarına göre belirleyelim.

- Alfabadeki harfler eş özellikteki kâğıtlara yazılıp torbaya atılıyor. Rastgele seçilen bir harfin sesli harf olması
- Bir zar atıldığında tek sayı gelmesi
- “ARKADAŞ” kelimesinin harfleri eş özellikteki kâğıtlara yazılıyor. Rastgele seçilen bir harfin “A” harfi olması
- Bir grupta 16 kız, 20 erkek vardır. Rastgele seçilen birinin kız olması
- Bir otoparkta parkeden araçların 12 ‘si kırmızı, 10’u gri ve 15’i beyazdır. Buna göre rastgele seçilen bir arabanın renginin beyaz olması
- Bir kalemlikte bulunan 3 mavi ve 3 kırmızı kalem arasından rastgele seçilen bir kalemin renginin kırmızı olması
- Bir torbada 3 beyaz, 5 mavi top vardır. Rastgele seçilen bir topun beyaz olması
- Havaya atılan madeni paranın yazı gelmesi

Örnek 14: Bir torbada bulunan 15 topun 6 tanesi sarı renklidir, geri kalan toplar kırmızı ve mavi renktedir. Torbadan rastgele çekilen bir topun sarı renkli olma olasılığı diğer renklere göre daha fazladır, mavi renkli olma olasılığı ise diğerlerine göre daha azdır.

Buna göre bu torbadaki mavi renkli topların sayısı en fazla kaç olabilir?

OLASILIK

BDS

Bireysel Ders Föyü

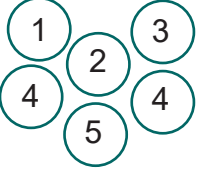
Eş Olasılık



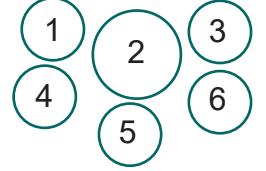
Eşit şansa sahip olan olaylarda her bir çıktı, eş olasılıklıdır. Yani, her bir çıktının kendini seçtir-me gücünün eşit olduğu durumlara eş olasılıklı denir.

Bu durumda “n” olası durum sayısını göstermek üzere her bir çıktının olasılık değeri $\frac{1}{n}$ ’dir.

Örnek 14: Üzerinde 1 den 6’ya kadar numaraların yazıldığı özdeş altı topun bulunduğu bir torbadan rastgele çekilen bir topun olasılığını inceleyelim.



Örnek 15: Üzerinde 1 den 6’ya kadar numaraların yazıldığı özdeş olmayan altı topun bulunduğu bir torbadan rastgele çekilen bir topun olasılığını inceleyelim.



Eş olasılıklı olma ile eşit olasılıklı olma kavramlarını birbirine karıştırmayınız. Olasılık bir olayın olma şansına (olabilirliğine) ilişkin bir ölçüm değeridir.

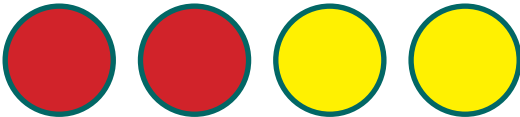
Örnek 16: Aşağıda verilen olayların eş olasılıklı olup olmadığını inceleyelim.

- Bir torbada özdeş 10 kırmızı, 5 sarı bilye vardır. Kırmızı bilye çekme şansı ile sarı bilye çekme şansı
- 28 kişilik boş bir minibüse binme sırasında 2. sırada olan Ayşe ile 30. sırada olan Ahmet’in bir koltuğa oturma şansı

Örnek 17: “BALIKESİR” kelimesinin her bir harfi eş özellikteki kartlara yazılarak kartlar bir torbaya atılıyor. Torbadan çekilen bir kartta;

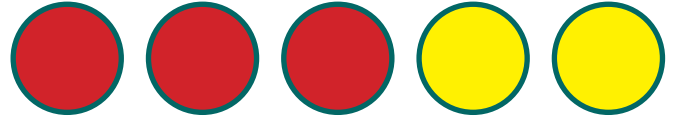
- “B” harfinin yazılı olma olasılığını hesaplayınız.
- “A” harfinin yazılı olma olasılığını hesaplayınız.
- “R” harfinin yazılı olma olasılığını hesaplayınız.

Örnek 18: Aşağıdaki özdeş toplar bir torbanın içine atılıp, içinden rastgele bir top çekilecektir.



Her bir topun gelme şansı
Bu yüzden her bir çıktı
Sarı top gelme olasılığı
Kırmızı top gelme olasılığı

Örnek 19: Aşağıdaki özdeş toplar bir torbanın içine atılıp, içinden rastgele bir top çekilecektir.



Her bir topun gelme şansı
Bu yüzden her bir çıktı
Sarı top gelme olasılığı
Kırmızı top gelme olasılığı

KESİN OLAY VE İMKÂNSIZ OLAY



Gerçekleşme olasılığı 1 (% 100) olan olaylara “kesin olay” denir. Olay ve deneyin çıktığı sayıları eşittir.

Örneğin; Bir zar atıldığında üste gelen sayının 7’ den küçük olması Kesin olaydır.

Gerçekleşme olasılığı 0 (% 0) olan olaylara “imkânsız olay” denir. Olayın çıktısı yoktur.

Örneğin; Bir zar atıldığında üste gelen sayının 10’ dan büyük olması İmkânsız olaydır.

Örnek 20 : Aşağıdaki olaylardan kesin ve imkânsız olanları belirleyerek nedenlerini açıklayınız.

- a) 10 kişilik bir sınıftaki tüm öğrenciler kızdır. Bu sınıftan bir kız öğrencinin başkan olması
- b) “BALIKESİR” kelimesinin harfleri eş özellikte kartlara yazılarak kartlar bir kutuya atılıyor. Bu kutudan rastgele çekilen bir kartta “D” harfinin yazılı olması
- c) 60 sayfalık bir kitaptan rastgele açılan bir sayfanın numarasının 61’den küçük olması
- ç) Sürücü belgesi sınavına başvurmayan birinin sınavda başarılı olması



Bir olayın gerçekleşme olasılığı 0 (imkansız) ile 1 (kesin) arasındadır. Dolağısıyla olasılık değeri bu aralığın dışında olamaz.

$$0 \leq \text{Olasılık} \leq 1$$

Örnek 21: Aşağıdakilerden hangileri bir olasılığa ait değer olabilir?

0,3 ; 2 ; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{6}$; (-2) ; % 200 ; % 15

Örnek 22: Bir olayda olasılık değeri $\frac{t}{5}$ ise t’nin alabileceği değerler nelerdir?



Bir olayın gerçekleşme olasılığı ile gerçekleşmeme olasılığı toplamı daima 1 dir.

Örnek 23: Bir olayın gerçekleşme olasılığı ise $\frac{3}{11}$ bu olayın gerçekleşmeme olasılığı kaçtır?

Örnek 24: Bir olayın gerçekleşme olasılığı $\frac{12}{21}$ ve gerçekleşmeme olasılığı $\frac{a}{7}$ ‘dir. Buna göre a kaçtır?

1. Bir çift hilesiz zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların çarpımlarının 12 olduğu olası durumların sayısı kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2

2. Hilesiz bir zar ve bir madeni paranın atılması deneyinde olası durumların sayısı kaçtır?

A) 15 B) 12 C) 8 D) 6

3. 2 farklı kırmızı kalem ve 3 farklı kurşun kalem arasından 1 kırmızı kalem ve 1 kurşun kalem seçilmesi durumunda olası durumların sayısı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6

4. Bir okuldaki 40 öğretmen, 210 erkek öğrenci ve 210 kız öğrencinin isimlerinin yazılı olduğu bir listeden rastgele bir isim seçilmesi deneyi ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) Seçilen ismin bir öğretmene ait olma olasılığı, bir öğrenciye ait olma olasılığından daha azdır.
B) Seçilen ismin bir kız öğrenciye ait olma olasılığı, bir öğretmene ait olma olasılığından daha fazladır.
C) Seçilen ismin bir kız öğrenciye ait olma olasılığı, bir erkek öğrenciye ait olma olasılığına eşittir.
D) Seçilen ismin bir erkek öğrenciye ait olma olasılığı, bir öğretmene ait olma olasılığından daha azdır.

5. Aşağıdaki seçeneklerde dört torbada bulunan aynı özellikteki topların renkleri ve sayıları verilmiştir. Buna göre hangi torbadan rastgele seçilen bir topun kırmızı olma olasılığı daha fazladır?

A) 4 kırmızı, 3 sarı B) 2 kırmızı, 4 beyaz
C) 3 kırmızı, 7 sarı D) 5 kırmızı, 5 beyaz

6. 23 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin numaraları 1'den 23'e kadar olan tam sayılardır. Öğretmen öğrencilerden birine soru sormak için bir rakam söyler ve numarasının rakamları toplamı öğretmenin söylediği rakam olan öğrencilerden birini rastgele seçer.

Buna göre numarası aşağıdakilerden hangisi olan öğrencinin seçilme olasılığı daha azdır?

A) 7 B) 14 C) 15 D) 17

7. Arda yüzeylerinde 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarının bulunduğu, Eda ise yüzeylerinde 1, 1, 2, 2, 4 ve 5 rakamlarının bulunduğu eşit büyüklükteki zarları birer kez atıyor.

Buna göre

- I. 2 atanın kazanacağı bir yarışmada Eda'nın kazanma olasılığı daha fazladır.
- II. 6 atanın kazanacağı bir yarışmada Arda'nın kazanma olasılığı daha fazladır.
- III. Asal sayı atanın kazanacağı bir yarışmada Arda'nın kazanma olasılığı daha fazladır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II. B) I ve III.
C) II ve III. D) I, II ve III.

8. Bir buketteki 20 çiçekten 5 tanesi kırmızı diğerleri sarı veya beyaz renklidir.

Buketten rastgele seçilen bir çiçeğin kırmızı olma olasılığı sarı olma olasılığına eşit olduğuna göre bukette kaç tane beyaz renkli çiçek vardır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

9. Rakamların yazılı olduğu aynı özellikteki kartların bulunduğu bir torbadan rastgele seçilen bir kartta yazan rakam için aşağıdakilerden hangisinin olma olasılığı daha azdır?

- A) Çift olma B) Tek olma
C) 7'den büyük olma D) 3'ten küçük olma

10. Aşağıdaki olaylardan hangisi imkânsız olaya örnek olarak verilebilir?

- A) Haftanın günlerinin yazılı olduğu kartlardan rastgele seçilen bir kartın üzerinde yazan günün 4 harfli olması
B) Rastgele seçilen bir ortaokul öğrencisinin 15 yaşından küçük olması
C) Rakamlar arasından rastgele seçilen bir rakamın iki basamaklı olması
D) Akdeniz Bölgesi'nin illerinin yazılı olduğu kartlardan rastgele seçilen bir kartın üzerinde yazan ilin A harfi ile başlaması

11. Bir olayın olma olasılığının değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 0 B) $\frac{5}{6}$ C) 1 D) $\frac{7}{6}$

12. Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) İmkânsız bir olayın olasılık değeri sıfırdır.
B) Bir olayın olasılık değeri 1 ise kesin olaydır.
C) Bir olayın olasılık değeri 1'den büyük olabilir.
D) Bir olayın olma olasılığı biliniyorsa olmama olasılığı hesaplanabilir.



OLASILIK HESABI



Bir olayın çıktı sayısının olası tüm çıktıların sayısına oranı, o olayın olma olasılığıdır. (olasılık değeri)

$$\text{Olayın olma olasılığı} = \frac{\text{Olayın çıktı sayısı}}{\text{Olası tüm çıktıların sayısı}} \Rightarrow O(A) = \frac{s(A)}{s(\ddot{O})}$$

Örnek 25: Bir zar atıldığında üste gelen sayının 5' in katı olma olasılığını hesaplayalım.

Örnek 26: Bir otobüsteki yolcuların 12' si kadın, 20' si erkek ve 8'i çocuktur. Buna göre otobüsten inen ilk yolcunun kadın olma olasılığını bulalım.

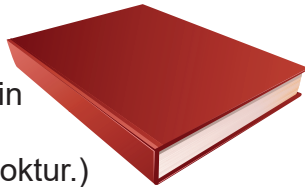
Örnek 27: Yanda verilen tabloda 8/B sınıftaki öğrenci sayıları görülmektedir. Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen birinin;

	Erkek	Kız
Gözlüklü	6	3
Gözlüksüz	14	11

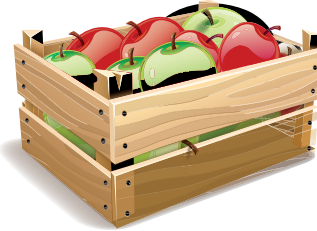
- a) Gözlüklü olma olasılığı :
- b) Gözlüksüz olma olasılığı :
- c) Kız olma olasılığı :
- ç) Erkek olma olasılığı :
- d) Kız olmama olasılığı :
- e) Gözlüklü kız olma olasılığı :

- f) Gözlüksüz erkek olma olasılığı :
- g) Gözlüksüz kız olma olasılığı :
- ğ) Gözlüklü erkek olma olasılığı :
- h) Öğrenci olma olasılığı :
- ı) Öğrenci olmama olasılığı :

Örnek 28: 110 sayfalık bir kitaptan rastgele açılan bir sayfanın numarasının 5'in katı olma olasılığı kaçtır? (Kitapta numarasız sayfa yoktur.)



Örnek 29: Aşağıdaki elma kasasında 30 yeşil elma ve bir miktar da kırmızı elma vardır.



Elma kasasından rastgele seçilen bir elmanın kırmızı olma olasılığı $\frac{3}{8}$ 'dir.

- a) Elma kasasında toplam kaç elma vardır?
- b) Elma kasasındaki kırmızı elmaların sayısı kaçtır?

OLASILIK

Örnek 30: Bir kitaplıkta 12 tane roman, 20 tane hikaye ve 8 tane şiir kitabı vardır. Bu kitaplıktan rastgele seçilen bir kitabın hikâye kitabı olmama olasılığı % kaçtır?

Örnek 31: Bir sınıfta 28 tane öğrenci vardır. Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin bilgisayara-rının olma olasılığı $\frac{1}{4}$ olduğuna göre bu sınıfta bilgisayarı olmayan kaç öğrenci vardır?

Örnek 32: 1'den 200'e kadar olan pozitif tam sayıların karekökleri alındıktan sonra eş büyüklük-te kartlara yazılıp bir torbaya atılıyor. Torbadan rastgele çekilen bir kartın üzerindeki sayının $a\sqrt{a}$ şeklinde bir sayı olma olasılığı kaç-tır?

Örnek 33: $T = 2^{32} \cdot 3^2 \cdot 25^{14}$ işleminin sonucu olan sayının tüm rakamları birer kartın üzerine yazıla-rak bir kutuya atılmıştır. Buna göre kutudan rastgele seçilecek bir kartın üzerindeki rakamın 4 olma olasılığı kaçtır?

Örnek 34: İki zar aynı anda atıldığında üst yüz-lerine gelen rakamların toplamının 2 den büyük olma olasılığı kaçtır?

Örnek 35: Bir olayın olma olasılığı olmama olası-lığının 3 katı ise bu olayın olma olasılığı kaçtır?

Örnek 36: Aybüke hanımın kümesinde tavuk, ör-dek ve kazlar vardır. Bu kümeden rastgele se-çilen bir hayvanın tavuk olma olasılığı %45 ve ördek olma olasılığı 0,4 ise kaz olma olasılığı kaçtır?

Örnek 37: Özdeş mavi ve kırmızı topların bu-lunduğu torbadan rastgele çekilen topun kırmızı olma olasılığı %60'tır. Torbada 8 mavi top bulun-duğuna göre bu torbada kaç tane top vardır?

1. 24 kişilik bir sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı $\frac{1}{3}$ olduğuna göre bu sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

A) 16 B) 14 C) 12 D) 8

2. Bir torbada bulunan 3 kırmızı, 5 sarı, 4 beyaz bilyenin arasından rastgele çekilen bir bilyenin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{3}{4}$

3. Bir kümeste birkaç ördek, 6 tavuk ve 3 horoz bulunmaktadır.

Kümesin kapısı açıldığında ilk çıkanın tavuk olma olasılığı $\frac{3}{8}$ olduğuna göre kümeste kaç ördek vardır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

4. Bir bilgisayarın rakamları farklı üç basamaklı doğal sayı olan açılış şifresinin yüzler ve onlar basamağını doğru tuşlayan bir kişinin birler basamağını doğru tuşlama olasılığı kaçtır?

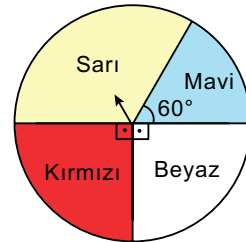
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{7}$

5. Bir kolideki sağlam yumurtaların sayısının 3 katı, kırık yumurtaların sayısının 5 katına eşittir.

Bu koliden rastgele seçilen bir yumurtanın kırık olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{5}{9}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{8}$

- 6.



Yukarıdaki çark döndürüldüğünde çark üzerindeki okun sarı bölge üzerinde durma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{12}$

7. Aynı özellikteki on topun üzerine tüm rakamlar ayrı ayrı yazılarak bir torbaya atılıyor.

Bu torbadan rastgele çekilen bir topun üzerindeki sayının 4'ten küçük veya 8 olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{5}$

8. 1'den 100'e kadar numaralandırılmış 100 sayfalık bir kitabın sayfalarından biri rastgele seçildiğinde sayfa numarasında 2 yazma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{9}{50}$ C) $\frac{19}{100}$ D) $\frac{1}{5}$

9. Bir torbada renkleri dışında aynı özelliklere sahip beyaz, mavi ve sarı renkte toplam 45 top vardır.

Bu torbadan rastgele seçilen bir topun mavi olmama olasılığı $\frac{1}{9}$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi hesaplanabilir?

- A) Sarı top sayısı
B) Beyaz top sayısı
C) Sarı ve beyaz topların toplam sayısı
D) Beyaz ve mavi topların toplam sayısı

10. Bir torbada renkleri dışında aynı özelliklere sahip sarı, kırmızı ve beyaz bilyeler vardır.

Kırmızı ile beyaz bilyelerin sayısı eşit ve torbadan rastgele seçilen bir bilyenin sarı olma olasılığı $\frac{1}{4}$ olduğuna göre torbadaki bilye sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

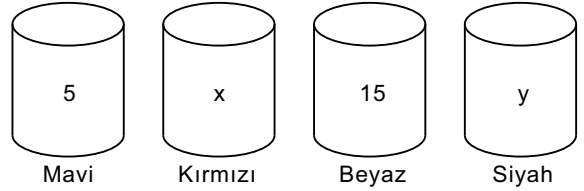
- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30

11. 25 kişilik bir sınıftaki öğrencilerden her biri gitar, bağlama ve ney kurslarından sadece birine katılmıştır. Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin gitar kursuna katılan bir öğrenci olma olasılığı $\frac{2}{5}$ 'tir.

Bu üç kursa da katılım olduğuna göre bu sınıfta bağlama kursuna katılan en çok kaç öğrenci vardır?

- A) 10 B) 14 C) 15 D) 23

- 12.



Yukarıdaki kutularda içlerinde farklı sayılarda sırasıyla 5, x, 15, y tane mavi, kırmızı, beyaz, siyah renkte aynı özelliklere sahip bilyeler vardır. Kutular, içlerindeki bilye sayıları küçükten büyüğe doğru olacak şekilde sıralanmıştır. Kırmızı ve siyah bilyelerin toplam sayısı 25'tir. Bilyelerin hepsi bir torbaya atılıp rastgele bir bilye çekiliyor.

Çekilen bilyenin kırmızı olma olasılığı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{8}{45}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{9}$

