



Matematik

Olasılık Konu Anlatımı

OLASILIK

Zar atma, para atma, top çekme gibi deneylerin sonu- cunda oluşabilecek her bir duruma **olay** denir.

Bir deneyin sonucunda meydana gelebilecek olası her bir duruma **çıktı** denir.

Bir deneyin sonucunda oluşabilecek tüm çıktıların kümesine **örnek uzay** denir.

Gerçekleşmesi mümkün olmayan olaylara **imkânsız olay** denir. Olasılığı 0'dır.

Gerçekleşmesi kesin olan olaylara **kesin olay** denir. Bu olayın olasılığı 1'dir.

Olasılık Fonksiyonu

E örnek uzayının herhangi bir alt kümesi A kümesi olsun. A'yı $[0, 1]$ aralığına eşleyen ve aşağıdaki aksiyomları sağlayan fonksiyona **olasılık fonksiyonu** denir. $P(A)$ ile gösterilir.

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(E) = 1$
- $A \cap B = \emptyset$ ise $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Eş Olumlu Örnek Uzay

Bir örnek uzayı oluşturan elemanlar $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ olsun. $P(e_1) = P(e_2) = P(e_3) \dots = P(e_n)$ ise E'ye eş olumlu örnek uzay denir.

Eş olumlu bir örnek uzayda herhangi bir A olayının gerçekleşme olasılığı $P(A)$ olsun.

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(E)} = \frac{\text{İstenen durumlar}}{\text{Tüm durumlar}} \text{ dir.}$$

Örneğin iki madenî paranın havaya atılmasında örnek uzay $E = \{YY, YT, TY, TT\}$ dir.

- Paraların aynı gelme olasılığı $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ dir.
- Paraların birincisinin yazı, ikincinin tura gelme olasılığı $= \frac{1}{4}$ tür.
- Paraların en az birinin yazı gelme olasılığı $= \frac{3}{4}$ tür.

Örnek:

45 öğrencinin bulunduğu bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin kız olma olasılığı $\frac{4}{9}$ dur.

Buna göre bu sınıfta kaç erkek öğrenci vardır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 25 E) 27

Örnek:

3 evli çiftin bulunduğu bu topluluktan rastgele iki kişi seçiliyor.

Seçilen bu iki kişinin birbiri ile evli olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{4}{15}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

Örnek:

Bir torbada 3 kırmızı 4 mavi, 2 sarı bilye vardır.

Bu torbalardan rastgele seçilen 2 bilyenin ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

Örnek:

İki zar birlikte atıldığında üste gelen sayıların toplamının 7'den büyük olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{12}$

Ayrık Olaylar

A ve B, E örnek uzayına ait iki olay olmak üzere,
 $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B olayları ayrık olaylardır.

- A ve B ayrık olaylar ise $P(A \cap B) = 0$ 'dir.
- A, B ve C kümeleri E örnek uzayını oluşturan üç ayrık küme ise $P(A) + P(B) + P(C) = 1$ 'dir.
- A bir olayın olma olasılığı ise A' de aynı olayın olmama olasılığıdır.
 $P(A) + P(A') = 1$ dir.

Örnek:

Bir deney sonucunda A, B ve C gibi üç ayrık sonuç mümkündür.

$$P(A) + P(B') = \frac{13}{10}$$

$$P(B) + P(C) = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, $P(B)$ olasılığının değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{9}{10}$

Bağımsız Olaylar

Bir olayın gerçekleşmesi, diğer olayın gerçekleşmesini etkilemiyorsa bu olaylara bağımsız olaylar denir.

A ile B bağımsız olaylar ise, A ve B'nin birlikte gerçekleşme olasılığı,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ dir.}$$

Bağımlı Olaylar

Bir olayın gerçekleşmesi, diğer olayın gerçekleşmesini etkiliyorsa bu olaylara bağımlı olaylar denir.

Örneğin, bir torbadan geri yerine koymaksızın art arda top çekme olayları bağımlı olaylardır.

Örnek:

Bir torbada 4 tane sarı ve 6 tane lacivert bilye vardır.

Bu torbadan rastgele seçilen iki bilyenin birinin sarı diğerinin lacivert olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{24}{45}$ E) $\frac{5}{9}$

A veya B Olaylarının Olma Olasılıkları

A veya B'nin olasılığı $P(A \cup B)$ şeklinde gösterilir.

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ şeklinde bulunur.
- A ile B ayrık olaylar ise $P(A \cap B) = 0$ olduğundan $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Örnek:

Bir zarın üzerindeki sayılar rastgele seçildiğinde seçilen sayının asal sayı veya tek sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

Örnek:

Bir torbada 5 mavi, 4 sarı ve 3 yeşil bilye vardır.

Bu torbadan rastgele alınan bir bilyenin sarı veya mavi olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{6}$