

MANTIK

Düzen veya yanlış hüküm bildiren ifadeler "önerme" denir. Önermeler **P, T, S, Q...** gibi sembollerle gösterilir.

P: Aydan 32 yaşındadır.

Q: 23 asal sayıdır.

T: $\sqrt{5}$ rasionaldir

S: Bir gün 26 saatdir.

İfadeleri birer önermedir.

Bütün ifadeler önerme belirtmez. Genel olarak soru ve emir cümleleri önerme belirtmez.

P: Balığa gitmek möjt?

Q: Bana çikolata ver.

T: Eynah!

S: Benimle dans eder misin?

İfadeleri hüküm belirtmediği için önerme değildir.

P: Öğrencime yardım et. ✗

Q: Sıremaya gidelim mi? ✗

T: Yaşasın okul ✗

S: Kitap okumasınsı ✗

T: 7 asal sayıdır ✓



K: Üşşüp miyim? ✗

L: En büyük asal sayısı 3'dür ✓

M: 9 tek sayıdır ✓

N: Andahan Doga Anadolu bölgesinin bir ilidir ✓

ÖNEMLİ

**NOT**

Bir önermenin belirttiği hükmün doğru veya yanlış olmasına o önermenin "doğruluk değeri" denir.

Bir önerme doğru ise doğruluk değeri (1) veya (D) yanlış ise doğruluk değeri (0) yada (Y) ile gösterilir.

P: $\frac{3}{2}$ bir tam sayıdır

Önermesi, $\frac{3}{2}$ bir tam sayıdır. Dolayısıyla doğruluk derecesi "0" dir.

Q: π irrasyonel bir sayıdır. Önermesi doğrudur. Doğruluk derecesi "1" dir.



ÖNEMLİ

Denk Önerme: Doğruluk değeri aynı olan önermelere denk önerme denir.

P: İki negatif sayının çarpımı pozitiftir.

q: Rakamların dörtunesi asal sayıdır.

DEĞİL

Önermelerin ikisi de doğrudur. Doğruluk derecesi $\frac{1}{2}$ dir. Doğruluk derecesi aynı olduğundan denk önermelere denir.

$"P \equiv q"$ şeklinde gösterilir.



Önermenin Değili: Bir önermenin hikâyesini değiştiren ve olutlular yeni önermeye öncedenin değili veya olumsuzu denir. " p " önermesinin değili " p' " şeklinde gösterilir.

P: "6 asal sayıdır" önermesinin değili

P': "6 asal sayı değildir"

Şekilde ifade edilir:



UYARI:
Bir önermenin değilinin değili kendisine eşittir.

$$(P')' = P$$

Bilezik Önermeler

Viki ya da daha fazla önermenin "ve", "veya", "ise"

"ancak ve ancak" bağlacıyla birlikte sonuç olup önermelere "bilezik önerme" denir.

Ve (\wedge) Bağlacı:

P \wedge q bilesik önermesi p ve q önermelerinden her ikisi de doğru iken doğru diğer durumlarda yanlış bir önermedir.

P	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

" \wedge " bağlacının doğruluk tablosu yukarıdaki gibi oluşturulur:

Veya (\vee) Bağlacı:

P ve q önermesinin her ikisi de yanlış iken yanlış diğer durumlarda doğrudur:

P	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



n tane bağımsız önermenin doğruluk derecesi 2ⁿ değerlik tablomda sıralanır.

DİREKT BT



-NOT-

" \wedge " ve " \vee " bağlaclarının isminize yanıtacak bazı özellikleri asağıdaki gibidir

* Tek kunnit özelliği:

$$P \vee P \equiv P$$

$$P \wedge P \equiv P$$

* Değisme Özelliği:

$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$

$$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$$

* Birlesme Özelliği:

$$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$$

$$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$$

* Doğılma Özelliği:

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$



UYARI

$$P \vee 1 \equiv 1$$

$$P \vee 0 \equiv P$$

$$P \vee P' \equiv 1$$

$$P \wedge 1 \equiv P$$

$$P \wedge 0 \equiv 0$$

$$P \wedge P' \equiv 0$$

GÖZ

$(P' \vee Q) \wedge (P \vee Q)$ bilesik önermesi asağıdakilerden hangisine daima denktir

ÖĞREN

Doğılma Özelliğinden

$P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$ olduğunu biliyoruz. Buının tersini uygularsak

$$(P' \vee Q) \wedge (P \vee Q) \equiv (P' \wedge P) \vee Q$$

$$(P' \wedge Q) \equiv 0 \text{ olduğunu}$$

$$(P' \wedge Q) \vee Q \equiv 0 \vee Q \equiv Q \text{ olur.}$$

$0 \vee Q \equiv Q$ olduğunu verilen ifade daima "Q" denktir.

GÖZ

$(P' \wedge Q) \wedge R' \equiv 1$ olmasına göre P, Q ve R' önermelerinin doğruluk değerini bulunuz.

ÖĞREN

\wedge bağlacı her iki önermede doğru iken sonucu doğru olacağınıza

$$(P' \wedge Q) \wedge R' \equiv 1 \text{ ise}$$

$P' \wedge Q = 1$ ve $R' = 1$ olmalıdır.

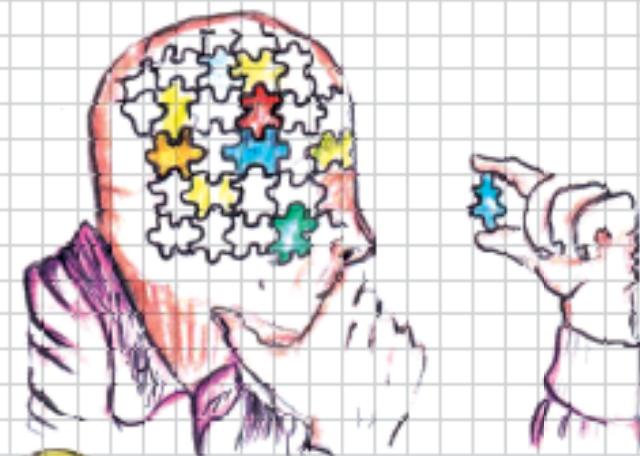
Aynı kurala göre

$$P' \wedge Q \equiv 1 \text{ ise}$$

$$P' \equiv 1, Q \equiv 1 \text{ ve } R' \equiv 1 \text{ olur}$$

Buna göre $P \equiv 0, Q \equiv 1$ ve

$R \equiv 0$ olmalıdır.

**-NOT-**

" \vee " ve " \wedge " bağlacılarının
değilleri aşağıdaki gibidir.
 $(P \vee q)^\perp \equiv P^\perp \wedge q^\perp$
 $(P \wedge q)^\perp \equiv P^\perp \vee q^\perp$ (De Morgan)

GÖZ

$(P \wedge q) \vee (P \vee q)^\perp$ bilesik örneğine denk olan önelemi
bulunuz.

NÜŞLEN

$$\begin{aligned}
 (P \vee q)^\perp &\equiv P^\perp \wedge q^\perp \\
 (P^\perp \wedge q) \vee (P \vee q)^\perp &\equiv (P^\perp \wedge q) \vee (P^\perp \wedge q^\perp) \\
 \text{Eşitlikte } q \text{ satılım. } \neg q \text{ olur.} \\
 (P^\perp \wedge q) \vee (P^\perp \wedge q^\perp) &\equiv P^\perp \wedge (q \vee q^\perp) \\
 q \vee q^\perp &\equiv 1 \text{ olduguundan} \\
 P^\perp \wedge 1 &\equiv P^\perp \wedge 1 \text{ olur} \\
 P^\perp \wedge 1 &\equiv P^\perp
 \end{aligned}$$

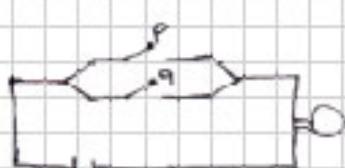
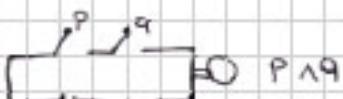
**-NOT-**

Elektrik devrelerinde
anahtar kapalı ise devreden
akım geçer. Anahtar açık
ise devreden akım geçmez.



P anahtarları kapalı olmadığında için devreden akım gelmez ve lamba yanmaz. Bu durumda P'nin değeri "0" olur.

q anahtarları kapalı olduğunda devreden akım geçer, lamba yanar. Bu durumda "q" nun degrülük değeri "1" olur. Ayrıca iki anahtar seri bağlı ise " \wedge " bağlacıyla paralel bağlı ise " \vee " bağlacıyla ile bağlanır.



$P \vee q$

Yada (\vee) Bağlacı

$P \vee q$ bileşik önermesi:

P ve q önermelerinin doğruluk değerlerinin aynı olduğu durumlarda yanlış, diğer durumlarda doğrudur.

P	q	$P \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

" \vee " bağlacının doğruluk tablosu yukarıdaki gibidir.

UYARI

$$P \vee q \equiv q \vee P \text{ (Değişme)}$$

$$P \vee 1 \equiv P$$

$$P \vee P \equiv P$$

$$P \vee 0 \equiv P$$

"*Yapsalıya kadar hep imkansız gönüklük"*

Göz

$(P \vee q) \wedge (P' \wedge r) \equiv$ olduğunu göstermek için p, q ve r önermelerinin doğruluk derecesini bulunuz.

ÖĞREN

" \wedge " değerinin "1" olması için önermenin ikisinde de doğru olması gerektir.

$$(P \vee q) \equiv 1 \text{ ve } (P' \wedge r) \equiv 1$$

$$P' \wedge r = 1 \Rightarrow P' = 1 \text{ ve } r = 1$$

$$(P \vee q) \equiv 1 \Rightarrow 0 \vee q = 1 \quad q = 1$$

Günlük " \vee " bağlacının değeriinin 1 olması için önermenin şartları şunlardır:

$$P \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 1 \text{ ise}$$

$$P \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 1 \text{ olur}$$

İse (\Rightarrow) Bağlacı

" \Rightarrow " bağlacı ile bağlanmış önermenin diğer adı kasullu önermedir:

$P \Rightarrow q$ bileşik önermesi

P önermesi doğru q önermesi:

yanlış olduğunda yanlış diğer bütün durumlarda doğrudur.

P	q	$P \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$P \Rightarrow q$ bileşik önermesinin doğruluk tablosu yukarıdaki gibidir

**- NOT -**

$P \Rightarrow q = P' \vee q$ denkliği
"her zaman doğrudur" ise
bağlantı " \vee " bağlacına
gelen her bir yazın soruların
ciddi anlamda kolaylık
sayılayacaktır.

- * $P \Rightarrow P = 1$
- * $P \Rightarrow P' = P'$
- * $P' \Rightarrow P = P$
- * $! \Rightarrow P = P$
- * $P \Rightarrow 1 = 1$
- * $O \Rightarrow P = 1$
- * $P \Rightarrow O = P'$

GÖR

$P' \Rightarrow (P \wedge r)$ önermesine denk
olan önermeyi bulunuz

ÖZELİK

$$\begin{aligned} P \Rightarrow q &\equiv P' \vee q \text{ olduğuna göre} \\ P' \Rightarrow (P \wedge r) &\equiv (P')' \vee (P \wedge r) \\ &\equiv P \vee (P' \wedge r) \text{ olur} \end{aligned}$$

Dağılıma özelliğini kullanarak

$$\begin{aligned} P \vee (P' \wedge r) &\equiv (P \vee P') \wedge (P \wedge r) \\ &\equiv 1 \wedge (P \wedge r) \\ &\equiv P \wedge r \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

UYARI

$P \Rightarrow q$ koşullu önermede
P önermesine hipotez, q
önermesine hukum denir
Koşullu önermenin doğruluk
değeri "1" ise bu önerme
ye genelitme denir

**- NOT -**

$P \Rightarrow q$ önermesinin kontr
ti: $q \Rightarrow P$

$P \Rightarrow q$ önermesinin tensi:
 $P' \Rightarrow q'$

$P \Rightarrow q$ önermesinin kontr
ti: $q' \Rightarrow P'$ dir
Bir koşullu önerme kontr
tişine daima denktir

* Duman içiyorsa, teplime
bağlamıştır. " Önermesinin kon
trti: "Teplime bağlamamışsa,
duman içiyordur."

* Tensi:

Duman içiyorsa,
teplime bağlamamıştır.



* Kontrtiş:

Teplime bağlamamışsa,
duman içmiyor. "Şeklinde ifade edilir.

Y
U
Z
E

Ancak ve Ancak (\Leftrightarrow) Bağlacı!

" \Leftrightarrow " bağlacıyla bağlanmış bilesik önermenin diğer adı iki yönlü koşullu önermedir.

$P \Leftrightarrow q$ bilesik önermesinde P ve q 'nın doğruluk değerleri aynıysa önerme doğru, diğer durumlarda yanlışdır.

P	q	$P \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

İki yönlü koşullu önermenin doğruluk tablosu yukarıdaki gibidir:



- NOT -

$$\star P \Leftrightarrow P \equiv 1$$

$$\star P \Leftrightarrow 1 \equiv P$$

$$\star P \Leftrightarrow P' \equiv 0$$

$$\star P \Leftrightarrow 0 \equiv P'$$

$$\star P \Leftrightarrow q \equiv (P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P)$$

dir

K82

$(P \Leftrightarrow q) \Rightarrow (P' \vee r) \equiv 0$ olduğuna göre P, q ve r önermelerinin doğruluk değerlerini buluz.

ÖĞREN -

Sadece $1 \Rightarrow 0 \equiv 0$ olduğundan

$$P \Leftrightarrow q \equiv 1 \vee P' \vee r \equiv 0 \text{ olmalı}$$

$0 \vee 0 \equiv 0$ olması gerekipinden

$$P' \equiv 0, P \equiv 1 \vee r \equiv 0 \text{ olmalıdır.}$$

$P \equiv 1$ alınırsa

$$1 \Leftrightarrow q \equiv 0 \text{ olmalıdır.}$$

Önermelerin değerleri:

$$P \equiv 1, q \equiv 0 \vee r \equiv 0 \text{ olmalıdır.}$$

K83

Bir bilesik önerme, kendisinin oluşturulan önermelerin doğruluk değerine olursa olsun doğru oluyorsa tautoloji dir.
Yoksa oluyorsa çeliklidir

DİKKAT ET

$(P \wedge q') \Rightarrow (P \vee q)$ önermesinde

$$\equiv (P \wedge q')' \vee (P \vee q)$$

$$\equiv (P' \vee q) \vee (P \vee q)$$

$$\equiv (P' \vee P) \vee (q \vee q')$$

$$\equiv 1 \vee 1$$

$$\equiv 1$$



DENK

Verilen önerme $P \wedge q'$ 'nın doğruluk değerine bağlı olarak da doğru olduğunu takdirde tautoloji dir

Açık Önermeler

✓ En az bir tane değişkeninden oluşan ve bu değişkenlerin aldığı değerlerle doğru veya yanlış olan önermeler "Açık önerme" denir.

$$P(x): "x \in N, x^2 < 9" \text{ ifadesi}$$

Bir açık önermedir.

Bu önerme " x " in bazı değerleri için yanlış olabilir. Önermeyi doğru yapın x değerlerinin oluşturduğu kümeye "Doğruluk kümesi" denir.



- NOT -

+ \forall "sembolü", "her" veya "bütün" şeklinde okunur. $\forall x, P(x)$ gibi bir ifadevin doğru olabilmesi için x 'in bütün değerleri için doğru olmasının gerekir. En az bir x değeri önermeyi sağlaması yararlıdır.

\exists "sembolü" "biri" veya "en az bir" şeklinde okunur. $\exists x, P(x)$ önermesinin doğru olması için en az bir x değeri için önerme doğrudur.

UYARI

✓ İfadelerin **esansel niceyi**, \exists ifadesine **varlık niceyi** denir. \forall niceyi \exists niceyi, \exists niceyi \forall niceyi değil.

P: $\exists x \in \mathbb{R} \text{ iken } x^2 > x$ önermesinin değil:

P: $\forall x \in \mathbb{R} \text{ iken } x^2 \leq x$ olur

Q: $[(\forall x \in \mathbb{R}, 0 < x^2) \vee (\exists x \in \mathbb{R}, x \geq 0)]$ önermesinin değil:

Q: $[(\forall x \in \mathbb{R}, 0 > x^2) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}, x < 0)]$ setindedir.



EÖZ

A) $(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3 \geq 0)$

B) $(\exists x \in \mathbb{R}, |x| + 5 < 0)$

C) $(\forall x \in \mathbb{R}, x + 2 \geq 0)$

Açık önermelerin değerlerini yazınız.

ÖĞREN

A) $(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3 \geq 0) = \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3 < 0$

B) $(\exists x \in \mathbb{R}, |x| + 5 < 0) = \forall x \in \mathbb{R}, |x| + 5 \geq 0$

C) $(\forall x \in \mathbb{R}, x + 2 \geq 0) = \exists x \in \mathbb{R}, x + 2 < 0$