

TEMEL KAVRAMLAR

Rakam: Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere rakam denir. Rakam kümesinin elemanları onluk sayma sistemine göre

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 'dır.

Sayı: Rakamların bir çaklık betirilecek şekilde bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeye sayı denir.

Sayı Kümeleri

Sayma Sayıları

$N^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına sayma sayısı denir.

Doğal Sayılar

$N = \{0, 1, 2, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına doğal sayı denir.

Tam Sayılar

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına tam sayı denir.

$Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ kümesine pozitif tam sayılar kümesi denir.

$Z^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$ kümesine negatif tam sayılar kümesi denir.

LMARI

Sıfır bir tam sayıdır. Fakat pozitif veya negatif değildir, yani işaretsizdir. Bu sebeple pozitif ve negatifliğin geçtiği sayı kümelerinde 0 bulunmaz.



Rasyonel Sayılar

a ve b birer tam sayı $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara denir.

$Q = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$ 'dır.

Örneğin: $-\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, 0, -1$

İfadeleri birer rasyonel sayıdır.

Reel (Gerçek) Sayılar

Sayı doğrusu üzerinde bulunan bütün sayılara denir ve R ile gösterilir.



• Toplamları verilen iki doğal sayının çarpımlarının en büyük olabilmesi için sayılar birbirine en yakını mümkünse eşit seçilmelidir.

• Toplamları verilen iki doğal sayının çarpımlarının en küçük olabilmesi için sayılar birbirine en uzak seçilmelidir.

DİKKAT ET

ÇÖZ

x ve y birer doğal sayı olmak üzere,

$$x+y=16$$

olduğuna göre $x \cdot y$ çarpımının alabileceği en büyük ve en küçük değerler toplamı kaçtır?

ÖĞREN

$x+y=16$ eşitliğinde $x \cdot y$ çarpımının en büyük değeri alması için $x=8$ ve $y=8$ seçilir. O hâlde $(x \cdot y)_{\text{en büyük}} = 8 \cdot 8 = 64$ 'tür. $x+y=16$ eşitliğinde $x \cdot y$ çarpımının en küçük değeri alması için $x=0$ ve $y=16$ seçilir. O hâlde $(x \cdot y)_{\text{en küçük}} = 0 \cdot 16 = 0$ 'dır. Bu durumda $x \cdot y$ 'nin en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı $0+64=64$ bulunur.



NOT

- Çarpımları verilen iki doğal sayının toplamlarının en büyük olması için sayılar birbirine en uzak seçilmelidir.
- Çarpımları verilen iki doğal sayının toplamlarının en küçük olması için sayılar birbirine en yakın mümkünse eşit seçilmelidir.

ÇÖZ

x ve y birer doğal sayıdır.

$$x \cdot y = 36$$

olduğuna göre $x+y$ toplamının alabileceği en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

ÖĞREN

$x \cdot y = 36$ eşitliğinde $x+y$ toplamının en küçük değeri alması için $x=6$ ve $y=6$ seçilmelidir. O hâlde, $(x+y)_{\text{en küçük}} = 6+6=12$ 'dir.

$x \cdot y = 36$ eşitliğinde $x+y$ toplamının en büyük değeri alması için $x=1$ ve $y=36$ seçilmelidir. O hâlde,

$$(x+y)_{\text{en büyük}} = 1+36=37 \text{ 'dir.}$$

Buna göre $x+y$ toplamının en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı $12+37=49$ bulunur.

"Her neyi düşünüyorsan oraya aitsin."

Tayfun Topaloğlu

ÇÖZ

x ve y doğal sayılar olmak üzere,
 $2x + 5y = 42$
 olduğuna göre x kaç farklı
 değer alır?

ÖZGEN

Bu bir soru kalıptır ve çaprazlama metodu ile çözülür. Bu metotta öncelikle x ve y 'nin katsayılarından hangisi soruca tam olarak bölünüyorsa (ikisi de bölünüyorsa herhangi birine) onun bilinmeyenine sıfır değeri verilerek diğer bilinmeyen bulunur.

Birinci sayı bulunduktan sonra büyük sayı çaprazındaki sayı kadar azaltılır, küçük sayı da çaprazındaki sayı kadar artırılarak her sayının karşısına 1 sayı gelecek şekilde bütün sayılar bulunur.

Buna göre,

$$2x + 5y = 42$$

$$-5(21) \rightarrow 0 + 2$$

$$-5(18) \rightarrow 2 + 2$$

$$-5(15) \rightarrow 4 + 2$$

$$-5(12) \rightarrow 6 + 2$$

$$-5(9) \rightarrow 8 + 2$$

Şeklinde dir. O hâlde x 'in alabileceği değerler 5 tane dir.

ÇÖZ

x, y, z birbirinden farklı pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$2x + 3y + 4z = 44$$

olduğuna göre $x+y+z$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

ÖZGEN

$2x + 3y + 4z = 44$ eşitliğinde $x+y+z$ toplamının en büyük olması için kat sayısı en küçük olan ifade (yani x) en büyük, katsayısı en büyük olan ifade (yani z) en küçük seçilmelidir.

$$2x + 3y + 4z = 44$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2 \quad 1$$

O hâlde $z=1, y=2$ seçilirse,

$$2x + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 44$$

$$2x + 10 = 44 \quad 2x = 34$$

olacağından x 'in tam sayı değeri bulunamaz. Bu durumda,

$$2x + 3y + 4z = 44$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

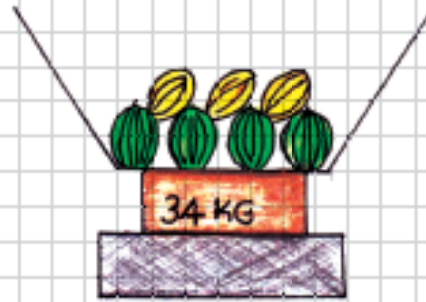
$$18 \quad 1 \quad 2$$

$x=18, y=1$ ve $z=2$ seçilirse

$$(x+y+z)_{\text{en büyük}} = 18 + 1 + 2 = 21$$

bulunur.

Çöz



Ağırlıkları birer tam sayı olan özdeş 4 tane kavun ve özdeş 3 tane karpuz şekildedir gibi elektronik tartı ile tartıldığında 34 kg gelmektedir.

Buna göre, bir kavunun ve bir karpuzun toplam ağırlığı en az kaç kg'dır?

Öğren

$$\begin{array}{l} \text{karpuz} = x \\ \text{kavun} = y \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{derset}$$

$$3 \text{ tane karpuz } 3x$$

$$4 \text{ tane kavun } 4y$$

$$4y + 3x = 34$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 10 & \longrightarrow 1 + 10 = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & 6 & \longrightarrow 4 + 6 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 7 & 2 & \longrightarrow 7 + 2 = 9 \end{array} \quad \Rightarrow \text{en az } 9 \text{ olur.}$$

"Senin almaya cesaret edemediğin riskleri alanlar, senin yaşamak istediğin hayatı yaşarlar."

Sokrates