

KAREKÖKLER

Aşağıda bir kenar uzunluğu verilen karelerin alanlarını bulalım.



$a = 1$



$a = 2$

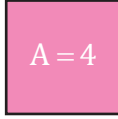


$a = 3$

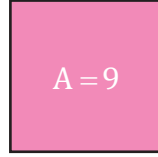
Aşağıda alanları verilen karelerin bir kenar uzunluğunu bulalım.



$A = 1$



$A = 4$



$A = 9$

Verilen bir sayının, hangi sayının karesi olduğunu bulma işlemine karekök alma denir ve $\sqrt{\quad}$ sembolü ile gösterilir.

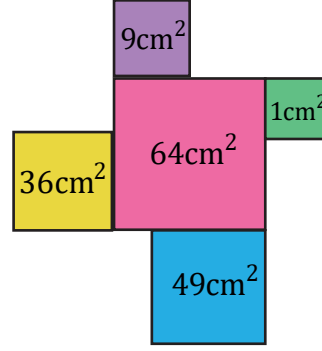
Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

$1^2 = 1$	$6^2 = 36$	$11^2 = 121$	$16^2 = 256$	$21^2 = 441$
$2^2 = 4$	$7^2 = 49$	$12^2 = 144$	$17^2 = 289$	$22^2 = 484$
$3^2 = 9$	$8^2 = 64$	$13^2 = 169$	$18^2 = 324$	$23^2 = 529$
$4^2 = 16$	$9^2 = 81$	$14^2 = 196$	$19^2 = 361$	$24^2 = 576$
$5^2 = 25$	$10^2 = 100$	$15^2 = 225$	$20^2 = 400$	$25^2 = 625$

Aşağıdaki köklü ifadelerin değerlerini bulalım.

$\rightarrow \sqrt{49} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{484} = \dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{196} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{289} = \dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{16} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{64} = \dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{9} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{144} = \dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{169} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{529} = \dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{225} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{625} = \dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{324} = \dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{400} = \dots\dots$

Karekökleri tam sayı olan doğal sayılara **tam kare sayılar** veya **karesel sayılar** denir. Tam kare sayılar **1, 4, 9, 16, ...** şeklinde devam eder.



Yanda alanları verilen şekli çevre uzunluğu kaç cm'dir?

Aşağıdaki köklü ifadeleri sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

$$\sqrt{5}, \sqrt{16}, \sqrt{9}, \sqrt{20}, \sqrt{25}$$



Aşağıdaki köklü ifadeleri hangi iki tam sayı arasında olduklarını bulunuz.

$\rightarrow \sqrt{6} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{250} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{60} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{30} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{72} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{96} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{24} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{300} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$
$\rightarrow \sqrt{150} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$	$\rightarrow \sqrt{121} = \dots\dots\text{ile}\dots\dots$

Kareköklü bir ifadenin yaklaşık değerini tahmin etme

Kareköklü bir ifadenin yaklaşık değeri tahmin edilirken önce hangi iki tam sayı arasında olduğu bulunur.

$\sqrt{20} = 4$ ile 5 arasındadır.

$$\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$$

$20 - 16 = 4$ $25 - 20 = 5$ öyle ise 4,4 veya 4,5 arasındadır.

$(4,4)^2 = 19,36$ ve $(4,5)^2 = 20,25$ olduğundan

$\sqrt{20} \approx 4,5$ deriz

veya

$$4 \frac{20 - 16}{25 - 16} = 4 \frac{4}{9} \approx 4,5$$



Kök dışındaki bir sayısı kök içine alma

Kök dışındaki bir sayı karesi alınarak kök içerisine girer.

$$4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}$$

Aşağıdaki sayıları kök içerisine yazınız.

$$\rightarrow 5 = \quad \rightarrow 18 =$$

$$\rightarrow 9 = \quad \rightarrow 12 =$$

$$\rightarrow 10 = \quad \rightarrow 21 =$$

$$\rightarrow 6 = \quad \rightarrow 7 =$$

$$\rightarrow 13 = \quad \rightarrow 15 =$$

Üslü sayıların karekökü

Karekök içindeki üslü sayılar karekök dışına çıkarılırken üs **iki** ile bölünür.

$$\sqrt{6^{18}} = 6^{18/2} = 6^9$$

$$\rightarrow \sqrt{2^4} = \dots \rightarrow \sqrt{256} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{3^8} = \dots \rightarrow \sqrt{625} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{5^{14}} = \dots \rightarrow \sqrt{64} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{2^{16}} = \dots \rightarrow \sqrt{81} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{7^{24}} = \dots \rightarrow \sqrt{1024} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{5^{14} \cdot 7^{28}} = \dots \rightarrow \sqrt{2^{20} \cdot 3^{30}} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{a^4 \cdot b^8} = \dots \rightarrow \sqrt{x^{20} \cdot y^{30} \cdot z^{40}} = \dots$$

Kareköklü bir sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazma

Verilen sayı, iki tam sayının çarpımı şeklinde yazılır. Bu sayılardan biri tam kare olmalıdır. Tam kare olan sayı karekök dışına çıkarılır, diğeri karekök içinde kalır.

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

$$\rightarrow \sqrt{8} = \dots \rightarrow \sqrt{27} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{18} = \dots \rightarrow \sqrt{162} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{50} = \dots \rightarrow \sqrt{48} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{80} = \dots \rightarrow \sqrt{24} = \dots$$

II. Yol

Kök içerisindeki sayı asal çarpanlarına ayrılır ve her sayı çifti bir sayı olarak dışarı çıkarılır.

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\sqrt{108} = 2 \cdot 3 \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \sqrt{125} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{30} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{98} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{40} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{243} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{243} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{216} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{500} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{120} = \dots$$

$$\rightarrow \sqrt{75} = \dots$$

Kat sayıyı kök içerisine alma

Kök dışındaki kat sayı karesi alınarak kök içerisine girer ve içerideki sayı ile çarpılır.

$$\rightarrow 2\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow 3\sqrt{3} =$$

$$\rightarrow 3\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow 4\sqrt{3} =$$

$$\rightarrow 2\sqrt{5} =$$

$$\rightarrow 5\sqrt{3} =$$

$$\rightarrow 7\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow 2\sqrt{6} =$$

$$\rightarrow 5\sqrt{6} =$$

$$\rightarrow 3\sqrt{6} =$$

$$\rightarrow 6\sqrt{5} =$$

$$\rightarrow 4\sqrt{6} =$$

Negatif kat sayıyı kök içerisine alma

$$-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 \cdot b}$$

$$\rightarrow -2\sqrt{7} =$$

$$\rightarrow -6\sqrt{6} =$$

$$\rightarrow -3\sqrt{7} =$$

$$\rightarrow -7\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow -6\sqrt{3} =$$

$$\rightarrow -8\sqrt{3} =$$

$$\rightarrow -5\sqrt{7} =$$

$$\rightarrow -8\sqrt{5} =$$

$$\rightarrow -9\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow -3\sqrt{10} =$$



KAREKÖKLÜ SAYILARDA İŞLEMLER

1. Kareköklü sayılarda toplama ve çıkarma

Kareköklü sayılarda kök içleri aynı olan ifadelerin katsayıları toplanır veya çıkartılır.

$$2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (2 + 5 - 3)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

Aşağıdaki işlemlerin sonucunun bulunuz.

$$\rightarrow 6\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 8\sqrt{3} =$$

$$\rightarrow 5\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 25\sqrt{5} =$$

$$\rightarrow 4\sqrt{2} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} =$$

$$\rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} =$$

Aşağıdaki işlemlerin sonucunun bulunuz.

$$\rightarrow \sqrt{8} + \sqrt{32} =$$

$$\rightarrow \sqrt{8} + \sqrt{18} =$$

$$\rightarrow \sqrt{27} + \sqrt{12} =$$

$$\rightarrow 3\sqrt{27} + \sqrt{48} =$$

$$\rightarrow \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} =$$

$$\rightarrow 3\sqrt{45} + 4\sqrt{20} - \sqrt{125} =$$

$$\rightarrow 5\sqrt{20} + 8\sqrt{80} - \sqrt{180} =$$

$$\rightarrow 3\sqrt{8} + 6\sqrt{50} - 2\sqrt{18} =$$

$$\rightarrow 8\sqrt{24} + 7\sqrt{40} - 6\sqrt{150} - 2\sqrt{90} =$$

$$\rightarrow \sqrt{100 - 36} - \sqrt{100 - 64} =$$

$$\rightarrow \sqrt{3 + \sqrt{41} - \sqrt{25}} =$$

$$\rightarrow \sqrt{22 + \sqrt{5} + \sqrt{16}} =$$

$$\rightarrow \sqrt{130 + \sqrt{183} + \sqrt{169}} =$$

$$\rightarrow \sqrt{239 + \sqrt{271} + \sqrt{324}} =$$



2. Kareköklü sayılarda çarpma işlemi

Kareköklü sayılarda çarpma işlemi yapılırken; kat sayılar kendi arasında çarpılıp kat sayı olarak yazılır. Karekök içindeki sayılar kendi arasında çarpılıp karekök içine yazılır.

$$2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{7} = 2 \cdot 5 \sqrt{3 \cdot 7} = 10\sqrt{21}$$

Aşağıdaki işlemlerin sonucunun bulunuz.

$$\rightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} =$$

$$\rightarrow \sqrt{14} \cdot \sqrt{15} =$$

$$\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} =$$

$$\rightarrow \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{5} =$$

Aşağıdaki işlemlerin sonucunun bulunuz.

$$\rightarrow 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} =$$

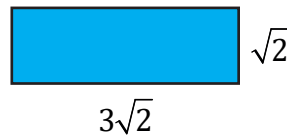
$$\rightarrow 3\sqrt{6} \cdot 5\sqrt{2} =$$

$$\rightarrow 4\sqrt{15} \cdot 5\sqrt{6} =$$

$$\rightarrow 6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{10} =$$

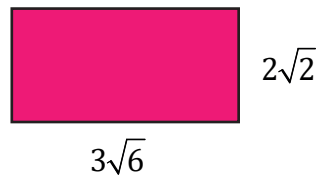
$$\rightarrow 4\sqrt{14} \cdot 5\sqrt{21} =$$

Aşağıdaki idikdörtgenlerin çevre ve alanlarını bulunuz.



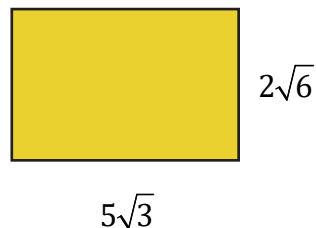
ALAN

ÇEVRE



ALAN

ÇEVRE



ALAN

ÇEVRE





Kareköklü bir sayının kuvveti

$$\sqrt{x}^2 = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x \cdot x} = \sqrt{x^2} = |x|$$

Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulalım.

$$\rightarrow \sqrt{3}^2 =$$

$$\rightarrow \sqrt{6}^2 =$$

$$\rightarrow (2\sqrt{3})^2 =$$

$$\rightarrow (-3\sqrt{2})^2 =$$

$$\rightarrow (-4\sqrt{5})^3 =$$

$$\rightarrow (-3\sqrt{2})^4 =$$

3. Kareköklü sayılarda bölme işlemi

Kareköklü sayılarda bölme işlemi yapılırken, kat sayılar bölünüp kat sayı olarak ve karekök içindekiler bölünüp karekök içine yazılır.

Aşağıdaki işlemlerin sonucunun bulunuz.

$$\rightarrow \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{36}} =$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5}} =$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} =$$

$$\rightarrow \frac{8\sqrt{27}}{2\sqrt{9}} =$$

$$\rightarrow \frac{3\sqrt{15}}{12\sqrt{5}} =$$

$$\rightarrow \frac{3\sqrt{2.6}\sqrt{3}}{2\sqrt{54}} =$$

$$\rightarrow \frac{8\sqrt{3.9}\sqrt{2}}{6\sqrt{24}} =$$

$$\rightarrow \frac{2\sqrt{72.3}\sqrt{6}}{6\sqrt{12}} =$$

Ondalık Sayıların Karekökü

Ondalık gösterimler kesre çevrilerek karekökü alınır.

Aşağıdaki kareköklü ifadelerin değerlerini bulalım.

$$\rightarrow \sqrt{0,04} =$$

$$\rightarrow \sqrt{1,44} =$$

$$\rightarrow \sqrt{0,81} =$$

$$\rightarrow \sqrt{2,56} =$$

$$\rightarrow \sqrt{1,69} + \sqrt{0,64} - \sqrt{0,49} =$$

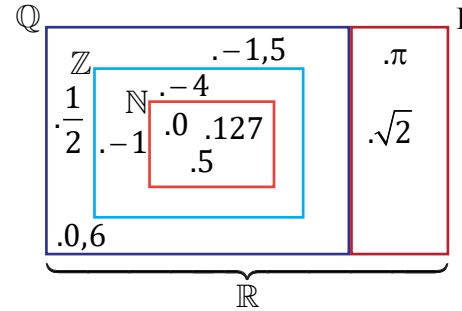
İRRASYONEL SAYILAR

Sayı doğrusunda üzerinde yerini tam olarak gösteremediğimiz sayılara **irrasyonel** (rasyonel olmayan) sayılar denir ve **I** ile gösterilir.

Karekök dışına çıkaramadığımız, virgülden sonrası kesin olarak hesaplanamayan sayılar irrasyonel sayıdır.

$\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$ sayıları irrasyonel sayılardır. Bu sayıların değerleri tahmini olarak ifade edilebilir.

Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayıların birleşiminden oluşan kümeye **reel sayılar** kümesi denir. **R** ile gösterilir.



Paydayı Rasyonel Yapma

Kesrin paydasındaki irrasyonel ifadeyi yok etmek için, kesir paydadaki irrasyonel ifade ile genişletilir.

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$\rightarrow \frac{6}{2\sqrt{3}} =$$

$$\rightarrow \frac{20}{\sqrt{5}} =$$

$$\rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}} =$$

