

2013-2014 EĞİTİM ÖĞRETİM YILI

İLKÖĞRETİM

MATEMATİK

6

DERS KİTABI

Kümeler

Çeşitli nesnelerin bir araya gelmesiyle oluşan gruplar küme olarak adlandırılır.



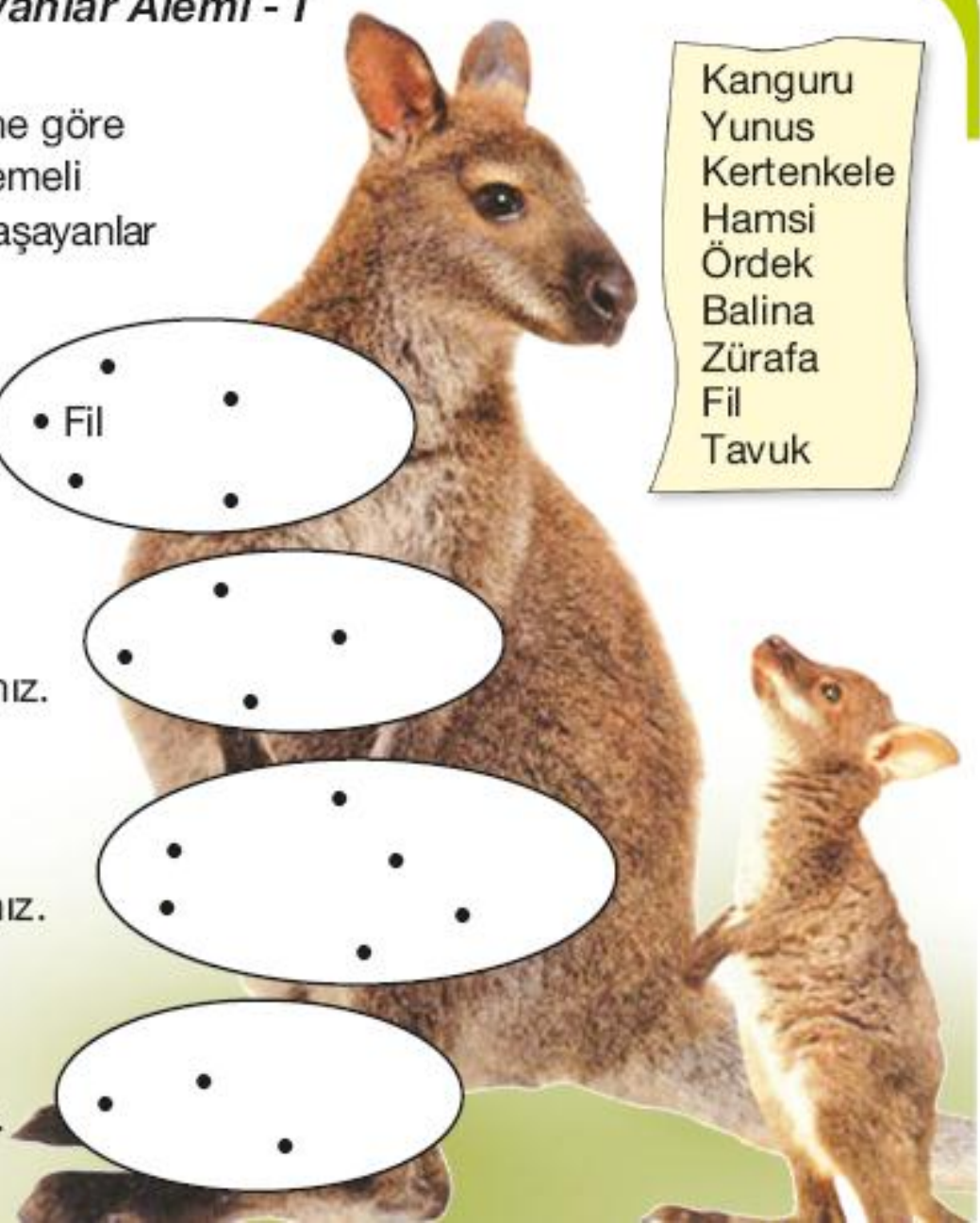
Etkinlik

Hayvanlar Alemi - I

Doğadaki hayvanları farklı özelliklerine göre sınıflandırabiliriz: (memeli olanlar, memeli olmayanlar, karada yaşayanlar, suda yaşayanlar gibi) Buna göre;

- 1) Yandaki listede isimleri verilen hayvanlardan memeli olanları örnekteki gibi şemaya yazınız.
- 2) Listedeki hayvanlardan memeli olmayanları yandaki şemaya yazınız.
- 3) Listedeki hayvanlardan karada yaşayanları yandaki şemaya yazınız.
- 4) Listedeki hayvanlardan suda yaşayanları yandaki şemaya yazınız.

Kanguru
Yunus
Kertenkele
Hamsi
Ördek
Balina
Zürafa
Fil
Tavuk



1. Örnek

Kış mevsiminde yer alan ayların kümesini farklı şekillerde gösterelim.

Çözüm

Verilen kümeyi **K** harfi ile isimlendirelim.

$K = \{\text{Aralık, Ocak, Şubat}\}$ $K = \{\text{Kış mevsiminin ayları}\}$



*Bir kümeye ait olan nesnelerin her biri ait olduğu kümenin bir **elemanıdır**. Küme içinde bir eleman yalnız bir kez yazılır. Kümeler üç farklı biçimde gösterilir:*

- Kümenin elemanlarının kapalı bir eğri içinde, önlerine nokta koyarak yazılmasına **Venn şeması** yöntemiyle gösterim denir.*
- **Liste** yöntemiyle gösterimde kümenin elemanları tırnaklı ayraç içinde, virgül ile ayrılarak {..., ..., ...} şeklinde sıralanır.*
- Kümeyi oluşturan elemanların ortak özelliğini küme parantezi içine yazarak kümenin tanımlanmasına **ortak özellik** yöntemiyle gösterim denir.*

2. Örnek

5'ten küçük doğal sayıların oluşturduğu kümeyi üç farklı şekilde gösterelim.

Çözüm

Venn şeması yöntemi



Liste yöntemi

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Ortak özellik yöntemi

$$A = \{5\text{'ten küçük doğal sayılar}\}$$

3. Örnek

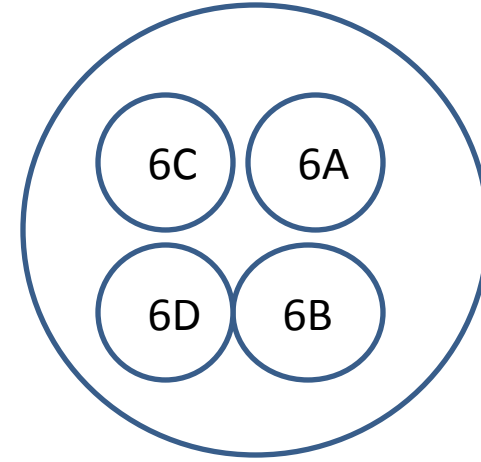
"Marmara" kelimesindeki harflerin kümesini yazarak eleman sayısını belirleyelim.

Çözüm

"Marmara" kelimesindeki harflerin kümesini B ile gösterelim. Bir kümede bir eleman yalnız bir kez yazılabileceğinden $B = \{m, a, r\}$ olur. B kümesinin elemanlarını $m \in B$, $a \in B$, $r \in B$ şeklinde gösteririz. m, a, r harfleri dışındaki harfler B kümesinin elemanı değildir. Örneğin; $p \notin B$, $e \notin B$ şeklinde gösterebiliriz. B kümesinin üç tane elemanı olduğundan bu durumu sembolle $s(B) = 3$ şeklinde gösteririz.

" $\in$ " sembolü **kümeye ait olma**,
" $\notin$ " sembolü ise **kümeye ait olmama** anlamına gelir.
Bir A kümesi verildiğinde bu kümenin eleman sayısını sembolle " $s(A)$ " biçiminde gösteririz.

*Belirli bir alandaki nesnelerin tümünü içeren kümeye **evrensel küme** denir. Evrensel küme “**E**” ile gösterilir.*



*Elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme “**Ø**” veya “**{ }**” sembolü ile gösterilir.*

- *Uçan filler.
- *Konuşan inekler.
- *Yürüyen balıklar.
- *
- *
- *
- *
- *
- *
- *

Çözelim-Öğrenelim

- 1 Aşağıda verilen kümeleri liste yöntemiyle gösteriniz.
- a) $A = \{5\text{'ten büyük, } 17\text{'den küçük olan doğal sayılar}\}$
b) $B = \{\text{Trafik kodu } 90\text{'dan büyük olan iller}\}$
c) $C = \{\text{Haftanın z harfiyle başlayan günleri}\}$
- 2 Aşağıda verilen kümeleri ortak özellik yöntemiyle gösteriniz.

a) $K = \{5, 10, 15, 20\}$

b) $L = \{\text{Salı, Pazartesi, Çarşamba, Cuma, Perşembe}\}$

3 $A = \{2, m, 3, 7, k\}$

$B = \{\text{"Leblebi" kelimesinin harfleri}\}$ kümelerine göre;

a) Verilen boşluklara " $\in$, $\notin$ " sembollerinden uygun olanları yazınız.

2 A

b B

3 B

e A

b) Verilen boşluklara uygun ifadeleri yazınız.

$s(B) = \dots\dots\dots$

$s(A) = \dots\dots\dots$

- 4 $M = \{\text{Mardin, Manisa, Muğla, Muş, Malatya}\}$ kümesine ait evrensel kümeyi ortak özellik yöntemiyle yazınız.

Etkinlik

Yemek Yapıyoruz

Mutfakta bulunan malzemeler

patlıcan, fasulye, soğan, domates, biber, sarımsak, mantar, salatalık, yağ



İmam bayıldı için gerekli malzemeler

patlıcan, domates, soğan, biber, sarımsak, yağ



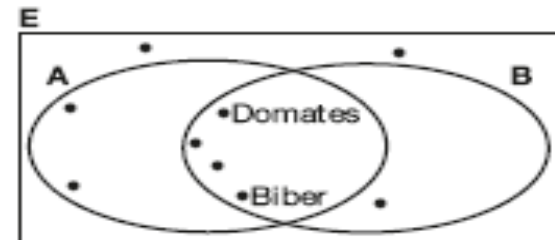
Zeytinyağlı taze fasulye için gerekli malzemeler

fasulye, domates, soğan, biber, yağ



Yukarıda verilen malzemeler ile imambayıldı ve zeytinyağlı taze fasulye yemekleri yapılmak isteniyor.

- 1) Her iki yemek için kullanılan **ortak** malzemeleri liste yöntemi ile yazınız.
- 2) Her iki yemek için gerekli olan **tüm** malzemeleri liste yöntemi ile yazınız.
- 3) Mutfakta bulunan malzemelerin kümesini evrensel küme olarak kabul edelim.
 - Her iki yemek için gerekli olan tüm malzemelerin kümesi ile evrensel kümeyi karşılaştırınız.
- 4) İmam bayıldıda **kullanıp** zeytinyağlı taze fasulye yemeğinde **kullanılmayan** malzemelerin kümesini yazınız.
- 5) Zeytinyağlı taze fasulye yemeğinde **kullanılıp** imam bayıldı yemeğinde **kullanılmayan** malzemelerin kümesini yazınız.
- 6) Mutfaktaki malzemelerden imam bayıldı yemeğinde **kullanılmayan** malzemelerin kümesini yazınız.
- 7) Mutfaktaki malzemelerden zeytinyağlı taze fasulye yemeğinde **kullanılmayan** malzemelerin kümesini yazınız.
 - Mutfakta bulunan malzemelerin kümesi **E** ile, imam bayıldı yemeği için gerekli malzemelerin kümesi **A** ile ve zeytinyağlı taze fasulye yemeği için gerekli malzemelerin kümesi **B** ile gösteriniz. Bu kümelerin elemanlarını yandaki şemada uygun yerlere yazınız.



Kesişim işlemi

İki kümenin ortak elemanlarının oluşturduğu kümeye **kesişim kümesi** denir. Kesişim işlemi " $\cap$ " sembolüyle gösterilir. A ve B iki küme olmak üzere bu kümelerin kesişimi " $A \cap B$ " şeklinde gösterilir.

1.örnek

Altıncı sınıfların düzenlediği okul kermesine 6A ve 6B sınıflarının getirdiği ürünler küme şeklinde aşağıdaki gibi veriliyor.

6A sınıfının getirdiği ürünler kümesi:

$A = \{\text{dolma, patates salatası, börek, kek, içecek}\}$

6B sınıfının getirdiği ürünler kümesi:

$B = \{\text{börek, kurabiye, kek, poğaç, içecek, kuru yemiş, meyve}\}$

a) Her iki sınıfın getirdiği ortak ürünlerin kümesini Venn şeması ve liste yöntemi ile gösterelim.

Birleşim işlemi

İki kümedeki elemanların tümünden oluşan kümeye **birleşim kümesi** denir. Birleşim işlemi “ $\cup$ ” sembolüyle gösterilir. A ve B iki küme olmak üzere bu kümelerin birleşimi “ $A \cup B$ ” şeklinde gösterilir.

1.örnek

Altıncı sınıfların düzenlediği okul kermesine 6A ve 6B sınıflarının getirdiği ürünler küme şeklinde aşağıdaki gibi veriliyor.

6A sınıfının getirdiği ürünler kümesi:

$A = \{\text{dolma, patates salatası, börek, kek, içecek}\}$

6B sınıfının getirdiği ürünler kümesi:

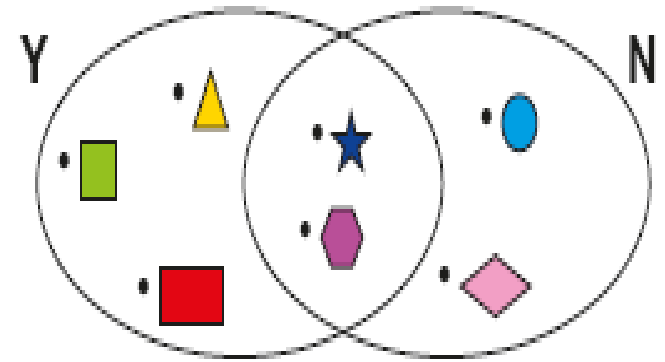
$B = \{\text{börek, kurabiye, kek, poğaç, içecek, kuru yemiş, meyve}\}$

b) Her iki sınıfın getirdiği tüm ürünlerin kümesini Venn şeması ve liste yöntemi ile gösterelim.

2. Örnek

Yanda verilen şemaya göre istenilen kümeleri liste yöntemi ile yazıp eleman sayılarını bulalım.

- a) Y kümesi
- b) N kümesi
- c) $Y \cap N$ kümesi
- ç) $Y \cup N$ kümesi



Çözüm

a) $Y = \{\triangle, \square, \blacksquare, \star, \hexagon\}$, $s(Y) = 5$

b) $N = \{\circ, \diamond, \star, \hexagon\}$, $s(N) = 4$

c) $Y \cap N = \{\star, \hexagon\}$, $s(Y \cap N) = 2$

ç) $Y \cup N = \{\triangle, \square, \circ, \blacksquare, \star, \diamond, \hexagon\}$, $s(Y \cup N) = 7$

FARK İŞLEMİ

*A ve B herhangi iki küme olmak üzere A'da olup B'de olmayan elemanlardan oluşan kümeye "A kümesinin B kümesinden" farkı denir. A kümesinin B kümesinden farkı "**A-B**" veya "**A\B**" şeklinde gösterilir.*

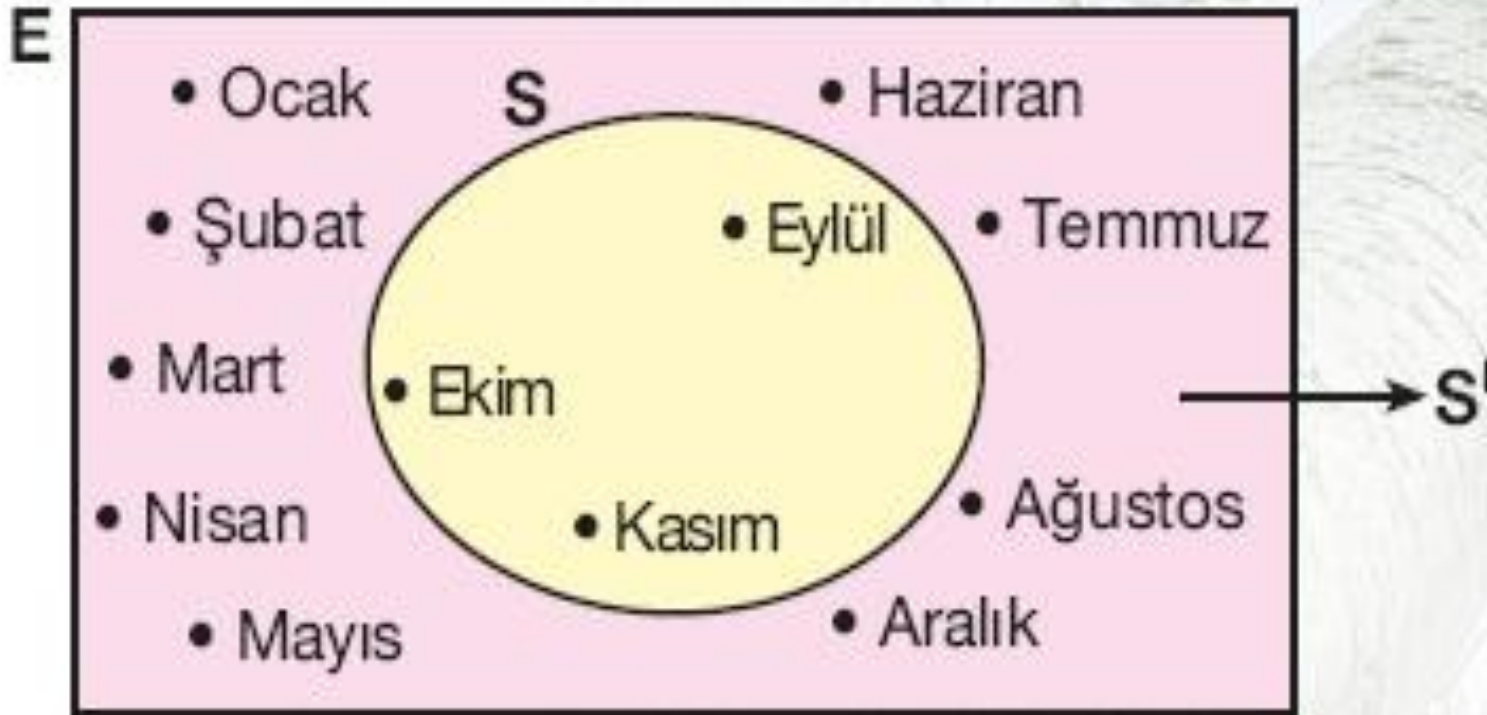
3.örnek

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} ve
B = {7, 8, 9, 10, 11, 12, 13} kümeleri veriliyor.

- A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların kümesini yazalım.
- B kümesinde olup A kümesinde olmayan elemanların kümesini yazalım.

TÜMLEME KÜMESİ

Verilen bir kümede olmayan ancak evrensel kümede olan elemanların oluşturduğu kümeye bu kümenin **tümleyeni** denir. A kümesinin tümleyeni " A^I " ile gösterilir.



ALT KÜME

A ve B iki küme olmak üzere, A'nın her elemanı B'nin de elemanı oluyorsa A kümesine B kümesinin *alt kümesi* denir. A kümesi B kümesinin alt kümesi olma durumu " $A \subset B$ " şeklinde gösterilir. Aynı zamanda B kümesi A kümesini kapsadığından " $B \supset A$ " şeklinde de gösterilir. A kümesi B kümesinin alt kümesi değilse bu durum " $A \not\subset B$ " şeklinde gösterilir. Aynı zamanda B kümesi A kümesini kapsamaması durumu " $B \not\supset A$ " şeklinde gösterilir.

3. Örnek

T = {a, b, c} kümesinin bütün alt kümelerini yazalım.

Çözüm

$\left. \begin{array}{l} \{a\} \subset T \\ \{b\} \subset T \\ \{c\} \subset T \end{array} \right\}$ T kümesinin bir elemanlı alt kümeleri

$\left. \begin{array}{l} \{a, b\} \subset T \\ \{a, c\} \subset T \\ \{b, c\} \subset T \end{array} \right\}$ T kümesinin iki elemanlı alt kümeleri

$\{a, b, c\} \subset T$ Her küme kendisinin alt kümesidir.

$\{ \} \subset T$ Boş küme her kümenin alt kümesidir.

Her küme kendisinin alt kümesidir. Örneğin $A \subset A$ dır. Boş küme bütün kümelerin alt kümesidir. Örneğin $\emptyset \subset A$ 'dır.

DENK KÜME

Eleman sayıları eşit olan kümelere denk kümeler denir. A ve B kümeleri denk kümeler ise bunu $A \equiv B$ şeklinde gösteririz.

A



B



$s(A)=s(B)$ olduğundan A ve B kümeleri denk kümelerdir.

EŞİT KÜME

Aynı elemanlardan oluşan kümelere eşit kümeler denir. A ve B kümeleri eşit ise bunu $A = B$ şeklinde gösteririz.

A



B



A kümesinin elemanlarının aynısı
 B kümesinde de olduğundan bunlar eşit kümedir denir.

Ayrık küme

Ortak elemanı olmayan kümelere ayrık kümeler denir. Ayrık kümelerin kesişimleri boş kümedir.

A



B



7. Örnek

Sınıfımızdaki 13 öğrenci basketbol, 12 öğrenci voleybol kursuna katılıyor. Kursa katılan öğrencilerden 5'i ise hem basketbol hem de voleybol kursuna katılıyor. Buna göre yalnız bir kursa katılan öğrenci sayısını bulalım.

Çözüm

I. Yöntem: Basketbol ve voleybol kurslarına katılan öğrencilerden 5'i hem basketbol hem de voleybol kursuna katılıyor. Sınıfımızda kursa katılan öğrencileri aşağıdaki gibi modelleyebiliriz.



Her iki kursa katılan 5 öğrenci iki kere sayılmayacağından kurslara katılan öğrenci sayısını aşağıdaki şekilde modelleyebiliriz.

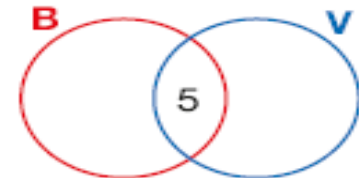


Yalnız basketbol kursuna katılan öğrenci sayısı 8'dir. **Yalnız voleybol** kursuna katılan öğrenci sayısı 7'dir. Buna göre yalnız bir kursa katılan öğrenci sayısı: $8 + 7 = 15$ 'tir.

II. Yöntem:

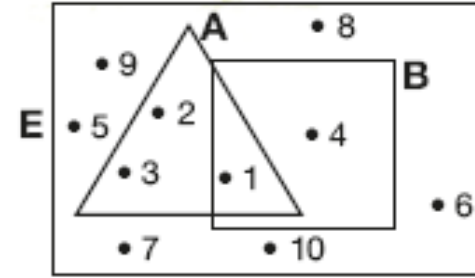
Basketbol kursuna katılanların kümesini B ile gösterelim. Bu durumda $s(B) = 13$ olur. Voleybol kursuna katılanların kümesini V ile gösterelim. Bu durumda $s(V) = 12$ olur.

5 öğrenci her iki kursa katıldığından B ve V kümelerinin kesişimi olan $B \cap V$ kümesi 5 elemanlıdır.

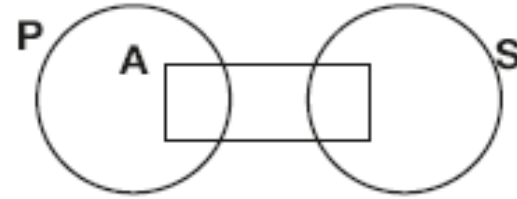


Çözelim-Öğrenelim

- 1 Yanda verilen Venn şemasına göre $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, A' ve B' kümelerini liste yöntemi ile gösteriniz.



- 2 Yanda verilen Venn şemasında,
a) $S \setminus P$ kümesini pembe renge boyayınız.
b) $A \cap P$ kümesini yeşil renge boyayınız.
c) $A \setminus (P \cup S)$ kümesini mavi renge boyayınız.
ç) P ve S arasındaki ilişkiyi sembolle gösteriniz.

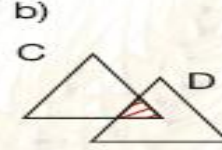


- 3 Bir sınıfta 18 kişi resim yarışmasına, 14 kişi şiir yarışmasına katılmıştır. 3 kişi ise her iki yarışmaya da katılmıştır. Sınıftaki her öğrenci en az bir yarışmaya katıldığına göre sınıf mevcudu kaçtır?
- 4 50 dairelik bir sitenin yönetimi atık kâğıt ve şişe toplama etkinliği düzenlemiştir. Yalnız şişe toplayan 18 daire ve yalnız kâğıt toplayan 20 daire vardır. 3 daire ise bu etkinliğe katılmamıştır. Buna göre,
a) Kâğıt toplayan kaç daire vardır?
b) Şişe toplamayan kaç daire vardır?

- 1 Aşağıda verilen taralı alanları sembol kullanarak ifade ediniz.



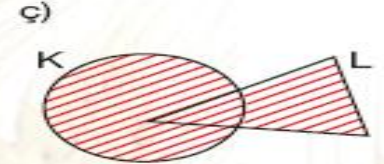
.....



.....



.....



.....

- 2 E evrensel küme ve A kümesi E'nin alt kümesi olmak üzere aşağıdaki verilen ifadeden doğru olanların yanına "D", yanlış olanların yanına "Y" yazınız.

a) $E' = \emptyset$

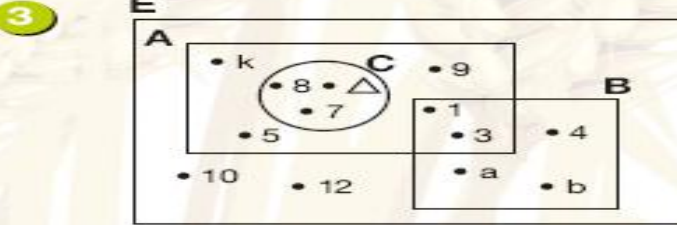
b) $E \setminus A = A'$

c) $A \cup A' = E$

ç) $E \setminus A' = A$

d) $A \setminus E = A$

e) $\emptyset' = E$



Yanda verilen Venn şemasına göre aşağıdaki kümeleri liste yöntemiyle yazınız.

a) $A \cap B$

b) $A \cup B$

c) A'

ç) B'

d) $A \cap C$

e) $C \cup B$

- 4 $A \cup B = \{d, e, f, 3, 5, 7\}$ ve $B = \{e, f, 3\}$ kümeleri veriliyor.

a) A kümesi en az kaç elemanı vardır?

b) A kümesi en çok kaç elemanlı olabilir?

- 5 $A = \{\text{gül, gelincik}\}$
 $B = \{\text{g harfi ile başlayan çiçekler}\}$



A, B ve C kümelerine göre aşağıda verilen ifadelerin doğru veya yanlış olduklarını yanlarına "D" veya "Y" yazarak belirtiniz.

a) $C = A$

b) $A \subset B$

c) $B \subset A$

ç) $A \equiv C$

d) $B = C$

- 6 Bir tarım bölgesindeki 120 çiftçiden 78'i tarlasına buğday, 63 çiftçi arpa ekmiştir. 9 çiftçi ise ekim yapmayıp tarlasını nadasa bırakmıştır. Kaç çiftçi hem buğday hem de arpa ekmiştir?

- 7 Bahar şenliğine katılan 92 öğrenciden 29'u vanilyalı dondurma, 34'ü kakaolu dondurma, 12'si ise hem vanilyalı hem kakaolu dondurma yemiştir. Bir grup öğrenci ise dondurma almayarak sadece meyve suyu içmiştir. Şenliğe katılan öğrencilerden kaç tanesi meyve suyu içmiştir?

KONUMUZ BİTMİŞTİR.

**KONUYU DAHA İYİ ANLAMAK İÇİN
BOL BOL SORU ÇÖZMELİSİNİZ**