

2.TAM SAYILARLA ÇARPMA VE BÖLME İŞLEMLERİ:

a) Tam Sayılarla Çarpma İşlemi:



Tam sayılarla çarpma işleminde sayıların mutlak değerleri çarpılır. Çarpımın sonucunun işareti aşağıdaki gibi belirlenir:

- Tam sayılarla çarpma işleminde aynı işaretli iki tam sayının çarpımı pozitif bir tam sayıdır.

$$+ \cdot + \rightarrow +$$

$$- \cdot - \rightarrow +$$

- Tam sayılarla çarpma işleminde zıt işaretli iki tam sayının çarpımı negatif bir tam sayıdır.

$$+ \cdot - \rightarrow -$$

$$- \cdot + \rightarrow -$$

Örnek1: Aşağıda verilen çarpma işlemlerini yapınız.

$$* (+3) \cdot (+7) = +21$$

$$* (-4) \cdot (-6) =$$

$$* (+5) \cdot (-8) =$$

$$* (-2) \cdot (+9) =$$

$$* (-4) \cdot (-1) =$$

$$* (+5) \cdot (-1) =$$

$$* 0 \cdot (-1) =$$

$$* (-8) \cdot (+7) =$$

$$* (+5) \cdot (+9) =$$

$$* (+6) \cdot (-11) =$$

$$* (-4) \cdot (-13) =$$

$$* (-1) \cdot (-12) =$$

$$* (-1) \cdot (-12) =$$

$$* (+28) \cdot (-1) =$$

$$* (-4) \cdot (+6) =$$

$$* (+3) \cdot (-2) =$$

$$* (-5) \cdot (-7) =$$

$$* (+9) \cdot (+3) =$$

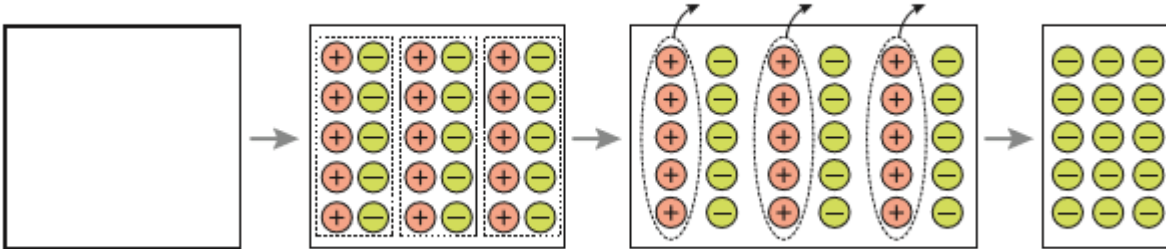
NOT: 0 hariç tam sayılar (-1) ile çarpıldığında, çarpılan sayının işareti değişir.

Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Sayma Pulları İle Modellenmesi:

- İlk çarpanı $(+)$ işaretli olan çarpma işlemleri modellenirken pul eklenir.
- İlk çarpanı $(-)$ işaretli olan çarpma işlemleri modellenirken pul çıkarılır.

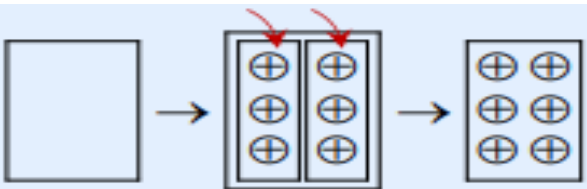
Örnek2: $(-3) \cdot (+5)$ işlemini sayma pulları ile modelleyerek bulalım.

Modelleme yapabilmek için önce 3 tane 5'li sıfır çifti oluşturmalıyız. $(-3) \cdot (+5)$ işlemini "Modeldeki $(+)$ pullardan 3 tane 5'li grup çıkarılacak." şeklinde düşünebiliriz.



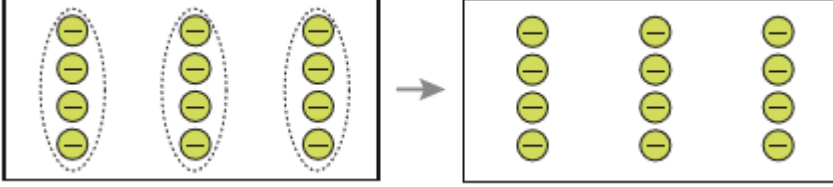
15 tane $(-)$ pul olduğuna göre $(-3) \cdot (+5) = (-15)$ bulunur.

Örnek3: $(+2) \cdot (+3)$ işlemini sayma pulları ile modelleyerek bulalım.



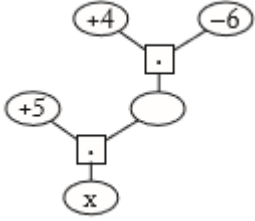
Örnek4: $(-2) \cdot (-4)$ işlemini sayma pulları ile modelleyerek yapalım.

Örnek5: Aşağıda sayma pulları ile modellenen çarpma işlemini yazalım.



Örnek6: $(-5) \cdot (+4) - (-2) \cdot (-10)$ işleminin sonucunu bulalım.

Örnek7: Aşağıda bir işlem ağacı verilmiştir. Buna göre x yerine yazılabilecek tam sayı değerini bulalım.



Örnek8: $C = (-5) \cdot (+2)$ ve $D = (-4) \cdot C$ olduğuna göre D 'nin değerini bulalım.

Tam Sayılarda Çarpma İşleminin Özellikleri:

- **Değişme Özelliği:**

Tam sayılarda çarpma işleminde çarpılanların yerleri değiştiğinde çarpımın sonucu değişmez. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

a ve b tam sayılar olmak üzere; $a \cdot b = b \cdot a$ 'dır.

$$\underbrace{(-6) \cdot (+2)}_{-12} = \underbrace{(+2) \cdot (-6)}_{-12}$$

Örnek9: Aşağıdaki işlemde boşluğa yazılması gereken tam sayıyı bulunuz.

* $(-3) \cdot (+12) = \square \cdot (-3)$

- **Birleşme Özelliği:**

Üç tam sayı ile yapılan çarpma işleminde ilk iki tam sayının çarpımıyla üçüncü tam sayının çarpımı, son iki tam sayının çarpımıyla ilk tam sayının çarpımına eşittir. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

a, b ve c tam sayılar olmak üzere; $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ 'dir

$$[(-4) \cdot (-5)] \cdot (+11) = (-4) \cdot [(-5) \cdot (+11)]$$

$$(+20) \cdot (+11) = (-4) \cdot (-55)$$

$$+220 = +220$$

Örnek10: Aşağıdaki işlemde boşluğa yazılması gereken tam sayıyı bulunuz.

$$* (+12) \cdot [(-2) \cdot (+5)] = [(+12) \cdot \square] \cdot (+5)$$

- **Etkisiz (Birim) Eleman Özelliği:**

Bir tam sayının 1 ile çarpımı çarpılan tam sayıya eşittir. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin etkisiz (birim) elemanı +1'dir.

a tam sayı olmak üzere; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ 'dır.

$$(-6) \cdot (+1) = -6$$

Örnek11: Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

$$* (+1) \cdot (-12) =$$

$$* (-5) \cdot (+1) =$$

- **Yutan Eleman Özelliği:**

Bir tam sayının 0 ile çarpımı 0'a eşittir. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır (sıfır).

a tam sayı olmak üzere; $0 \cdot a = 0 \cdot a = 0$ 'dır.

$$(-6) \cdot 0 = 0$$

Örnek12: Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

$$* [(-3) + (-5)] \cdot 0 =$$

$$* 0 \cdot [(-2) - (-4)] =$$

- **Dağılma Özelliği:**

Tam sayılarda çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliği vardır.

a, b ve c tam sayılar olmak üzere; $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ve $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ 'dir.

$$\begin{aligned} \bullet (+5) \cdot [(-3) + (-4)] &= (+5) \cdot (-3) + (+5) \cdot (-4) \\ &= (-15) + (-20) \\ &= (-35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (-5) \cdot [(-2) - (+3)] &= (-5) \cdot (-2) - (-5) \cdot (+3) \\ &= (+10) - (-15) \\ &= (+25) \end{aligned}$$

Örnek13: Aşağıda verilmeyen sayıları bulunuz.

$$* (-6) \cdot [(+2) - (-1)] = (-6) \cdot \blacksquare - (-6) \cdot \triangle$$

$$* (-4) \cdot [(-2) + \square] = (-4) \cdot (-2) + (-4) \cdot (+5)$$

b) Tam Sayılarla Bölme İşlemi:



Tam sayılarla bölme işleminde sayıların mutlak değerleri bölünür. Bölümün (sonucunun) işareti aşağıdakiler gibi belirlenir.

• Tam sayılarla bölme işleminde aynı işaretli iki tam sayının bölümü pozitif bir sayıdır.

$$+ : + \rightarrow +$$

$$- : - \rightarrow +$$

• Tam sayılarla bölme işleminde zıt işaretli iki tam sayının bölümü negatif bir sayıdır.

$$+ : - \rightarrow -$$

$$- : + \rightarrow -$$

Özellik

Sıfırdan farklı bir tam sayı (-1) 'e bölündüğünde bölünen sayının işareti değişir.

Örnek14: Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

$$* (-28) : (+7) = -4$$

$$* (+39) : (-13) =$$

$$* (+16) : (+4) =$$

$$* (-27) : (-3) =$$

$$* (-5) : (-1) =$$

$$* (+11) : (-1) =$$

$$* 0 : (-1) =$$

$$* (+49) : (-7) =$$

$$* (-24) : (+6) =$$

$$* (-28) : (-4) =$$

$$* (+36) : (+9) =$$

$$* (+9) : (-1) =$$

$$* (-29) : (-1) =$$

$$* 0 : (-100) =$$

$$* (-14) : (-7) =$$

$$* (+16) : (+8) =$$

$$* (-18) : (+9) =$$

$$* (+24) : (-6) =$$

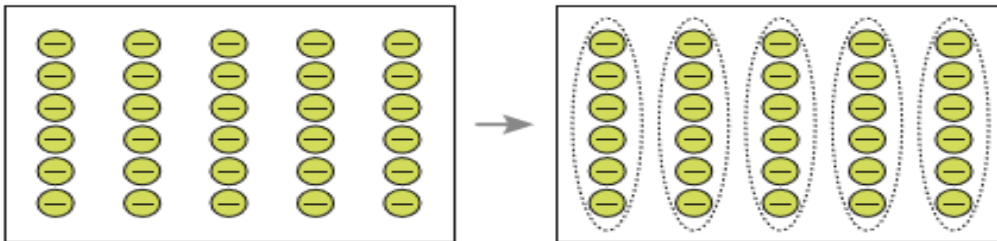
$$* (-50) : (-10) =$$

$$* (+51) : (-17) =$$

$$* 33 : (-11) =$$

Tam Sayılarla Bölme İşleminin Sayma Pulları İle Modellenmesi:

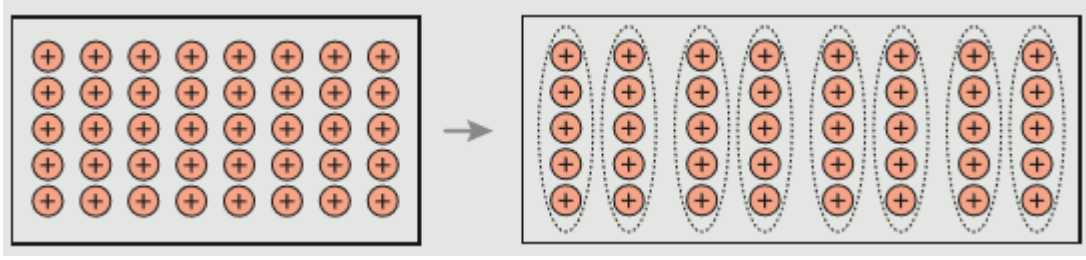
Örnek15: $(-30) : (+5)$ işleminin sonucunu sayma pullarıyla modelleyerek bulalım.



30 tane $-$ sayma pulunu 5 gruba ayırdığımızda her grupta 6 tane $-$ sayma pulu elde ederiz.

Buna göre $(-30) : (+5) = (-6)$ olur.

Örnek16: Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen işlemin matematiksel ifadesini yazınız ve sonucunu bulunuz.



Örnek17:

$$a = (-4) \cdot (-10)$$

$$b = (-2) \cdot (-5)$$

olduğuna göre $a : b$ değerini bulalım.

Örnek18: Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

$$* (-7) \cdot (-3) - (+5) =$$

$$* (+12) : (-3) - (+2) =$$

$$* (-4) - (+6) : (-2) =$$

$$* (+15) : (-3) + (-4) =$$

Örnek19:

Aşağıda işlemlerin sonuçları verilmiştir. Bu işlemlerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa "Y" yazınız.

a. ☐ $(-15) \cdot (-2) = (+30)$

b. ☐ $(-40) \cdot (+3) = (-120)$

c. ☐ $(+100) \cdot (-2) = (+200)$

ç. ☐ $0 \cdot (-5) = (+5)$

d. ☐ $(-80) : (+4) = (-20)$

e. ☐ $0 : (-2) = (+2)$

f. ☐ $(+40) : (+4) = (-1)$

g. ☐ $(+120) : (-5) = (-24)$

Örnek20:

Yanda bir işlem ağacı verilmiştir. Buna göre A, B ve C sayılarının yerine yazılabilecek tam sayı değerlerini bulunuz.

