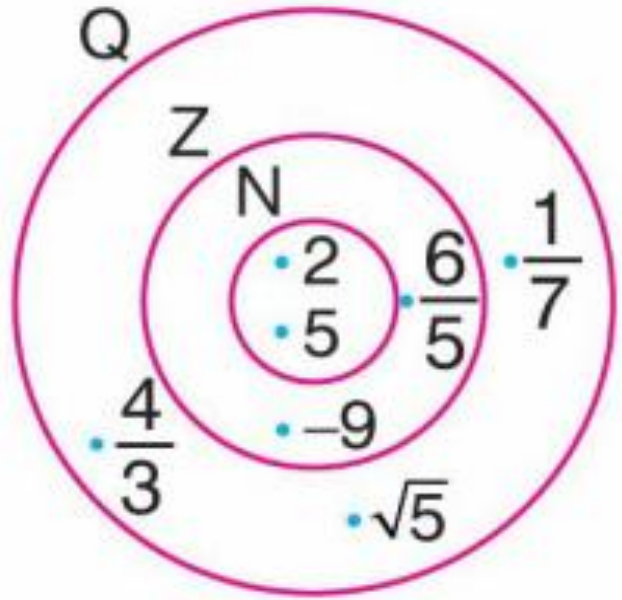
- Aşağıdaki sayıları ait oldukları sayı kümelerinin elemanı olarak gösterelim.

$$-5 \in \ldots,\quad 0 \in \ldots,\quad \frac{1}{4} \in \ldots,\quad 0{,}3 \in \ldots,\quad \sqrt{5} \in \ldots$$

- Rasyonel sayılar kümesi ile irrasyonel sayılar kümesinin ortak elemanı yoktur.

  $Q \cap I = \varnothing$ dir.



Yukarıdaki şemada hangi sayıların yerinin yanlış olduğunu bulunuz.

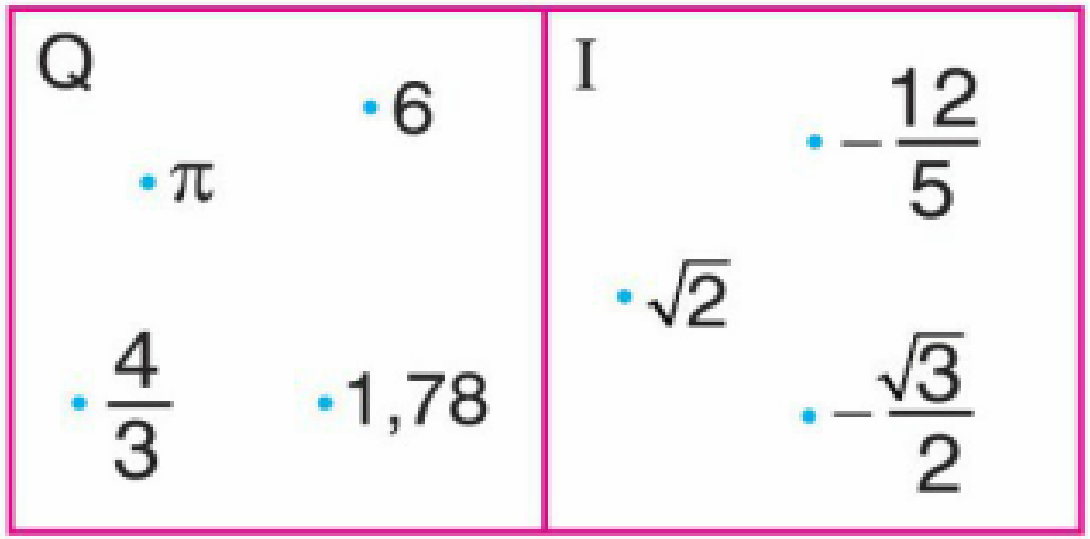
Aşağıdaki sayıların hangi sayı kümelerinin elemanı olduğunu yazınız.

a) $1{,}2 \in$ .....

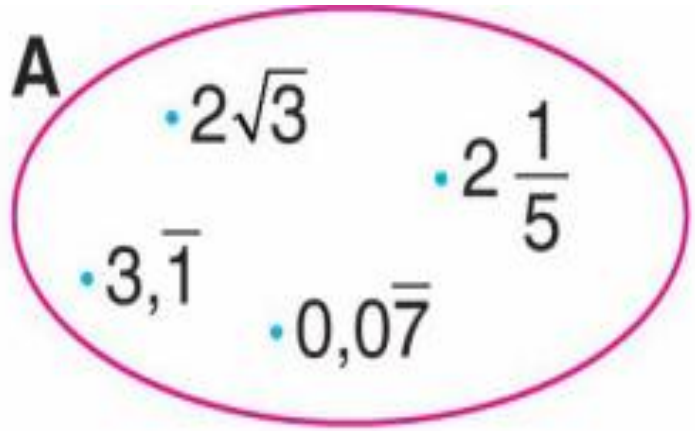
b) $4 \in$ .....

c) $\sqrt{6} \in$ .....

d) $\frac{1}{9} \in$ ....



Şemada hangi iki sayının yeri değiştirilirse sayılar doğru yerleştirilmiş olur?



Yukarıdaki A kümesi içerisinde verilen sayılardan kaç tanesi irrasyonel sayıdır?

Gerçek Sayılar

- Sayı doğrusundaki tüm sayıları kapsayan kümedir.



Sayı doğrusunda 0 ile 1 arasında sonsuz tane gerçek sayı vardır.



- Gerçek sayılar rasyonel sayılar ile irrasyonel sayıların birleşmesinden oluşur. R harfi ile gösterilir.

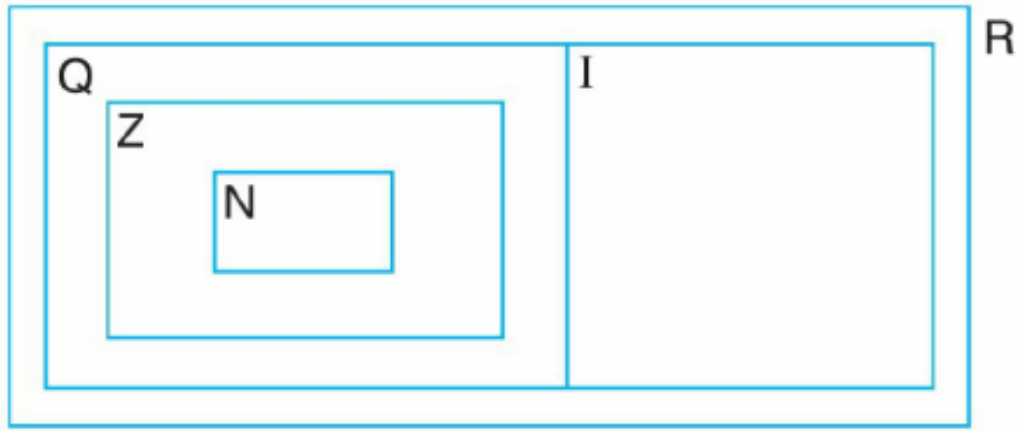
$R = Q \cup I$ dır.

$N \subset Z \subset Q \subset R$

$Q \cap I = \varnothing$ dir.

Tüm doğal sayılar aynı zamanda tam sayı, aynı zamanda rasyonel sayı, aynı zamanda gerçek sayıdır.

Bu kümeleri Venn şeması ile gösterelim.



$R^+ \rightarrow pozitif\ reel\ sayılar$

$R^- \rightarrow negatif\ reel\ sayılar$

$R = R^+ U\ (0)\ U\ R^-$

Aşağıdaki irrasyonel sayılar arasında kaç tane tam sayı olduğunu bulunuz.

a) $2\sqrt{2}$ ile $3\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{6}$ ile $3\sqrt{5}$

Aşağıdaki irrasyonel sayılardan büyük olan en küçük tam sayıyı yazınız.

a) $5\sqrt{3}$

b) $7\sqrt{2}$

Aşağıdaki kareköklü sayılardan hangilerinin irrasyonel sayı olduğunu bulunuz.

a) $\sqrt{12}$

b) $\sqrt{25}$

c) $\sqrt{45}$

d) $\sqrt{64}$

Devirli Ondalık Sayılar

BİR RASYONEL SAYININ ONDALIK AÇILIMI

Bir rasyonel sayının payını paydasına bölerek virgül ile yazılmasına o rasyonel sayının Ondalık Açılımı denir.

ÖRN: $\frac{2}{5}$, $1\frac{1}{4}$, $\frac{1}{125}$ *rasyonel sayılarının ondalık açılımlarını bulalım.*

ÇÖZÜM: $\frac{2}{5} = 0{,}4$ $\qquad 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1{,}25$ $\qquad \frac{1}{125} = 0{,}008$

ÖRN: $\frac{5}{9}$ ve $1\frac{1}{3}$ $rasyonel\ sayıların\ ondalık\ gösterimlerini\ bulalım.$

ÇÖZÜM:

UYARI:

1. Her rasyonel sayının bir devirli ondalık açılımı vardır.
2. Her ondalık kesre eşit olan bir rasyonel sayı vardır.

→ Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

$0{,}5777 \ldots = 0{,}5\overline{7}$ $\qquad$ $4{,}242424 \ldots = 4{,}\overline{24}$ $\qquad$ $5{,}23474747 \ldots = 5{,}23\overline{47}$

→Aşağıdaki örnekleri inceleyelim.

$0{,}\overline{8} = 0{,}8888 \ldots$ $\qquad$ $2{,}5\overline{7} = 2{,}577777 \ldots$ $\qquad$ $5{,}0\overline{15} = 5{,}01515 \ldots$

•Devirli Ondalık Açılıma Karşılık Gelen Rasyonel Sayıyı Yazma

I.YOL

Devirli ondalık açılım rasyonel sayıya çevrilirken;

→Devirli ondalık açılım bir basamaklı ise her iki yanı 10 ile iki basamaklı ise 100 ile üç basamaklı ise 1000 ile dört basamaklı ise 10 000 ile çarparız.

→Devretmeyen kısım bir basamaklı ise her iki yanı 10 ile iki basamaklı ise 100 ile üç basamaklı ise 1000 ile çarpılır.

ÖRN: $x = 0{,}3\overline{15}$ *sayısını rasyonel sayıya çevirelim.*

ÇÖZÜM:

$$1000x = 315,\overline{15}$$
$$10x = 3,\overline{15}$$

$$990x = 312 \qquad x = \frac{312}{990}$$

ÖRN: $x = 2{,}3\overline{4}$ *sayısını rasyonel sayıya çevirelim.*

ÇÖZÜM:

$$100x = 234{,}\overline{4}$$
$$10x = 23{,}\overline{4}$$

$$90x = 211 \qquad x = \frac{211}{90}$$

II.YOL

$$\frac{\textit{Sayının tamamı} - \textit{devretmeyen kısım}}{\textit{virgülden sonra devreden basamak sayısı kadar 9 ve virgülden sonra devretmeyen basamak sayısı kadar sıfır}}$$

ÖRN: $0,2\overline{3} = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

$7,12\overline{834} = \frac{712834 - 7128}{99000} = \frac{705706}{99000}$

DEVİRLİ SAYI	RASYONEL AÇILIMI	BULUNAN SAYI	DEVİRLİ SAYI	RASYONEL AÇILIMI	BULUNAN SAYI
$6,7\overline{5}$	$\frac{675-67}{90}$	$\frac{508}{90}$	$0,3\overline{25}$	$\frac{325-3}{990}$	$\frac{322}{990}$
$5,\overline{7}$			$0,\overline{241}$		
$6,2\overline{4}$			$4,2\overline{45}$		
$0,3\overline{24}$			$5,00\overline{6}$		
$0,3\overline{2}$			$0,20\overline{5}$		
$0,\overline{62}$			$0,2\overline{3}$		
$0,\overline{6}$			$24,\overline{5}$		
$4,\overline{5}$			$12,\overline{14}$		
$5,\overline{12}$			$6,0\overline{24}$		

Aşağıdaki devirli ondalık kesirleri rasyonel sayıya çeviriniz.

a) $0,\overline{2}$

b) $1,\overline{3}$

c) $0,0\overline{4}$

$5,3\overline{047}$

sayısının virgülden sonraki 23. rakamı kaçtır?

$$x = 3{,}44444\ldots$$

sayısını rasyonel sayıya çeviriniz.

$$x = 0{,}121212\ldots$$

sayısını rasyonel sayıya çeviriniz.

PAYDAYI RASYONEL YAPMAK (KÖKTEN KURTARMAK)

Paydayı kökten kurtarmak için; pay ve paydayı, paydadaki sayıyının eşleniği ile çarparız.

$\sqrt{a}$ nın eşleniği $\sqrt{a}$ dır. →→→ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ nin eşleniği $(\sqrt{a} - \sqrt{b})dir.$ →→→ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ nin eşleniği $(\sqrt{a}+\sqrt{b})dir.$ $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=a-b$

$a\sqrt{b}$ $ifadesi$ $\sqrt{b}$ $ile\ çarpılır.$ $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ $a\sqrt{b}\,.\sqrt{b}=ab$

UYARI

Arkadaşlar birçok test sınavında "…paydasını rasyonel yapınız." gibi bir ifade genellikle kullanılmaz. Ancak test şıklarında paydası rasyonel yapılmış olarak verilir. Bu nedenle bu konu son derece önemlidir. Bulduğunuz sonuçların paydalarını mutlaka rasyonel yapmaya özen gösteriniz.

ÖRN 1 . $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\underbrace{\sqrt{3}}_{(\sqrt{3})}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

ÖRN 2. $\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\underbrace{\sqrt{6}}_{\sqrt{6}}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

ÖRN 3 . $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\underbrace{\sqrt{5}}_{\sqrt{5}}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

ÖRN 4. $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\,.\,\sqrt{6}}{\sqrt{6}\,.\,\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

ÖRN 5. $\sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{7}}{\sqrt{7}\,.\,\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$

ÖRN 6. $\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\,.\,\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

ÖRN 7. $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2}{\underbrace{\sqrt{5}-\sqrt{3}}_{\sqrt{5}+\sqrt{3}}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5}+\sqrt{3}$

ÖRN: $\frac{3}{\sqrt{3}+1} = \frac{3\,(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{3\,(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \frac{3\,(\sqrt{3}-1)}{2}$

HATIRLATMA



Kareköklü Sayıların Eşleneği

- $\sqrt{a}$ sayısının eşleneği kendisidir. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a^2} = a$

- Yandaki kareköklü sayıları karekök dışına çıkarmak için en küçük hangi sayı ile çarpılması gerektiğini bulalım.

	$\sqrt{6} \cdot (\quad) =$									
	$\sqrt{12} \cdot (\quad) =$									
	$\sqrt{18} \cdot (\quad) =$									

Yandaki kareköklü sayıların paydalarını rasyonel sayı olarak yazalım.

$\frac{4}{\sqrt{2}} =$ $\frac{6}{\sqrt{3}} =$

$\frac{10}{\sqrt{5}} =$ $\frac{15}{\sqrt{3}} =$

Yandaki kareköklü sayıların değerinin bulunabilmesi için hangi kareköklü sayının değerinin bilinmesi gerektiğini bulalım.

$\sqrt{150} = \ldots$ $\sqrt{300} = \ldots$

$\sqrt{450} = \ldots$ $\sqrt{180} = \ldots$

$\sqrt{2} \approx 1{,}4$ ve $\sqrt{3} \approx 1{,}7$ olduğuna göre, $\sqrt{600}$ sayısının yaklaşık değerini bulunuz.

$$\frac{12}{\sqrt{2}} + \sqrt{72}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

$\sqrt{360}$ sayısı hangi sayı ile çarpılırsa sonuç rasyonel sayı olur?

$\sqrt{60}$ sayısı hangi sayı ile bölünürse sonuç rasyonel sayı olur?

I. $\sqrt{2}$ sayısı rasyonel bir sayı değildir.

II. π sayısı rasyonel bir sayıdır.

III. İrrasyonel sayılar kesirli biçimde yazılamazlar.

IV. $\sqrt{144}$ ifadesi bir rasyonel sayıya eşittir.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız III

B) III ve IV

C) I ve II

D) I, III ve IV



Yukarıdaki şekle göre; ★ , ☾ ve ☀ kümeleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

	★	☾	☀
A)	Rasyonel sayı	Doğal sayı	Tam sayı
B)	Rasyonel sayı	İrrasyonel sayı	Doğal sayı
C)	Gerçek sayı	İrrasyonel sayı	Tam sayı
D)	Gerçek sayı	Rasyonel sayı	Tam sayı

Aşağıdaki ifadelerden hangisi irrasyonel sayıdır?

A) $\sqrt{100}$

B) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

C) $\sqrt{0,25}$

D) $\sqrt{0,2}$



Dört arkadaş sayılar hakkında tartışıyor.

Buna göre hangileri sayılar hakkında doğru söylemektedir?

A) Aslı - Egemen - Mehtap

B) Hasan - Aslı - Egemen

C) Hasan - Mehtap - Egemen

D) Mehtap - Aslı - Hasan

★ $= \sqrt{12}$ ■ $= \sqrt{18}$ ▲ $= \sqrt{15}$ ● $= \sqrt{75}$

Yukarıdaki irrasyonel sayılarından hangi ikisini çarparsak bir tamsayı elde ederiz?

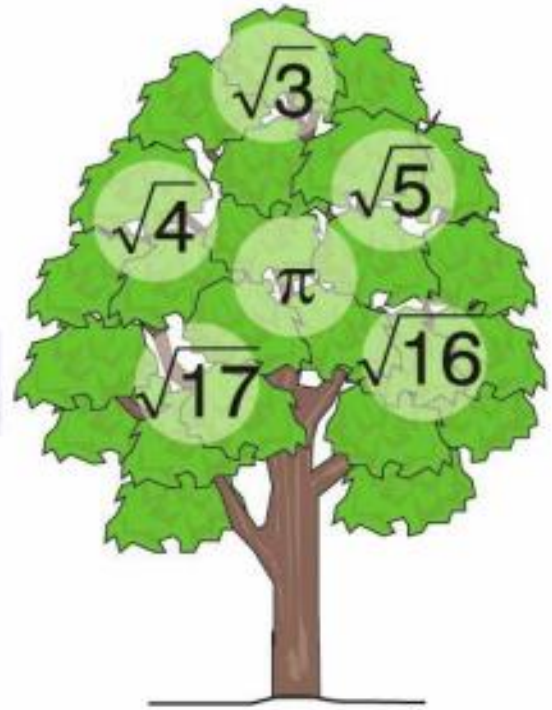
A) ★, ▲

B) ■, ●

C) ★, ●

D) ■, ▲

Yandaki ağacın üzerindeki sayılardan irrasyonel olanların oluşturduğu küme aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\{\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{16}, \sqrt{17}\}$

B) $\{\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{16}, \sqrt{17}\}$

C) $\{\pi, \sqrt{3}, \sqrt{17}, \sqrt{5}\}$

D) $\{\pi, \sqrt{16}\}$

Yeşim, balonların üzerindeki sayılardan irrasyonel olmayanları ok ile vuracaktır.



Buna göre, Yeşim'in kaç tane balon vurması gerekir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5



Bir matematik oyununa katılan Ömer'e üzerinde irrasyonel sayı bulunan ampulleri kırması söylemiştir.

Buna göre, Ömer hangi ampulleri kırmalıdır?

A) 2, 3 ve 4

B) 3, 4 ve 5

C) 3, 5 ve 6

D) 2, 5 ve 6

Aşağıdaki sayılardan hangisinin yaklaşık değeri bilinirse $\sqrt{180}$ sayısının yaklaşık değeri bulunabilir?

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{7}$

$\sqrt{15}$ sayısına aşağıdaki işlemlerden hangisi yapılırsa sonuç bir tamsayı olur?

A) $\sqrt{5}$ ile bölünürse

B) $\sqrt{3}$ ile bölünürse

C) $\sqrt{5}$ ile çarpılırsa

D) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ ile çarpılırsa

$$\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

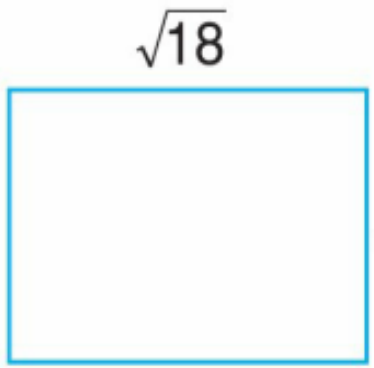
A) -2 B) $-2\sqrt{3}$ C) -1 D) $-\sqrt{3}$

Aşağıdaki sayılardan hangisi rasyonel sayı değildir?

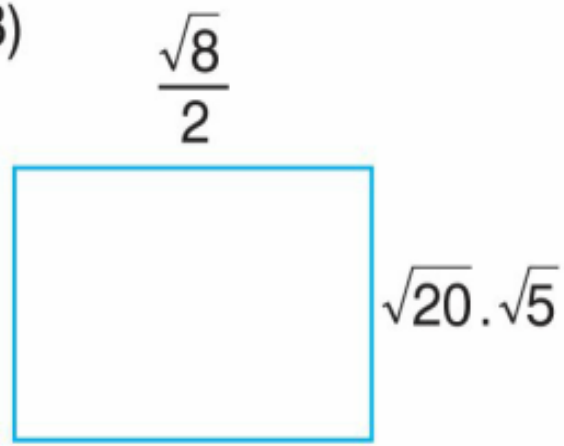
A) $0,12$ B) $\sqrt{0,16}$ C) $\sqrt{0,3}$ D) $-\frac{1}{2}$

Aşağıda verilen dikdörtgenlerden hangisinin alanı irrasyonel sayıdır?

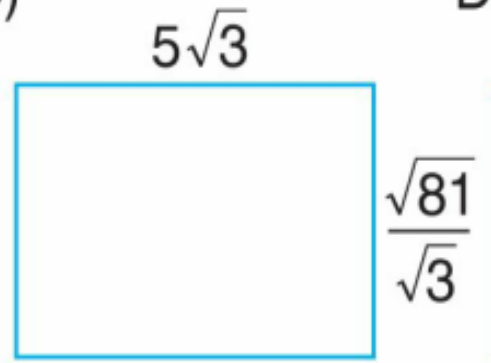
A)



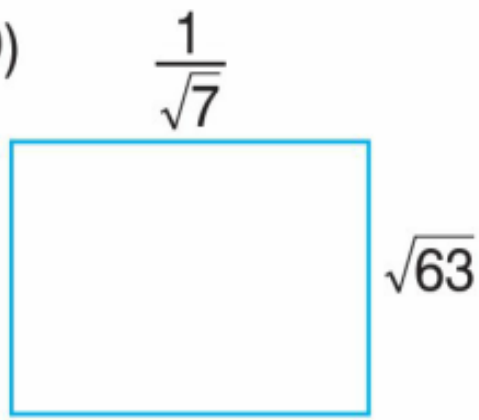
B)



C)



D)



Gerçel sayı kümesini oluşturan sayı kümeleri ile ilgili bilgi veren öğrencilerden hangisi yanlış bilgi vermektedir?

A) $N \subset Z$



Filiz

B) $N \subset Q$



Şeyma

C) $R \subset N$



Hasan

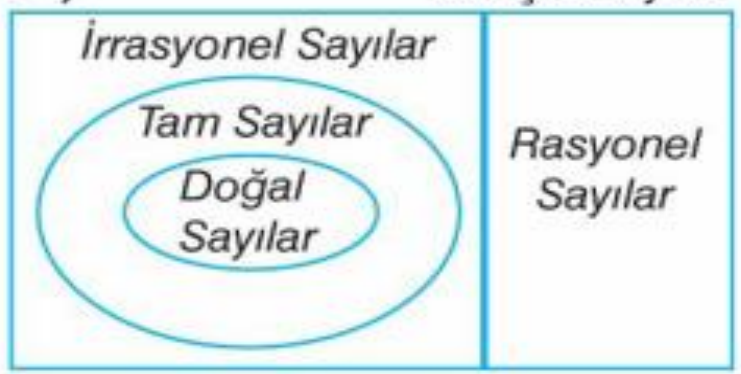
D) $Z \subset R$



Veli

Aşağıdaki kümelerden hangisi doğrudur?

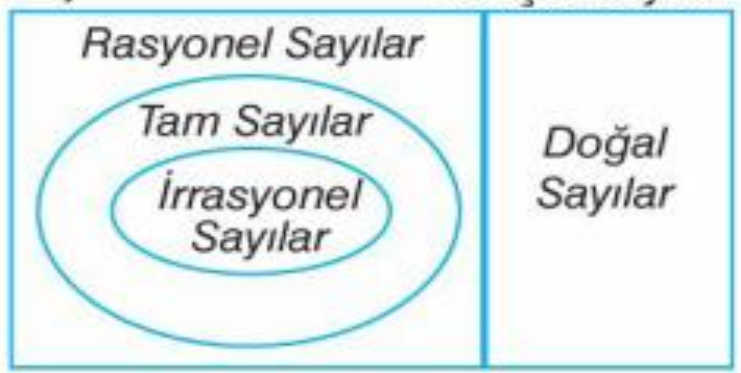
A)



B)



C)



D)



$$\frac{12}{\sqrt{3}} - \sqrt{12}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$