

3. 1.torbada 2 beyaz, 3 siyah bilye ve II. Torbada 9 beyaz, 4 siyah bilye vardır. Buna göre, torbaların her ikisinden de aynı anda birer bilye çekildiğinde bilyelerin farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

4. İki avcının bir hedefi vurabilme olasılıkları sırası ile $\frac{2}{3}$ ile $\frac{3}{7}$ dir. Bu iki avcı hedefe birer atış yapıyorlar. Bu iki avcıdan ikisinin de bu hedefi vurabilme olasılıkları kaçtır?

ÖRNEK: Bir zar atıldığında üst yüze tek sayı veya asal sayı gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ örnek uzay

Olay 1 = $A = \{\text{tek sayı gelmesi}\} = \{1, 3, 5\}$

Olay 2 = $B = \{\text{asal sayı gelme olasılığı}\} = \{2, 3, 5\}$ tek sayı veya asal sayı gelme olasılığı

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ÖRNEK : Bir torbada 2 beyaz, 3 siyah, 4 kırmızı bilye vardır. Buna göre, torbadan rastgele seçilen bir bilyenin beyaz veya kırmızı gelmesi olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Olay 1 = B = {Beyaz gelmesi} = {B,B}

Olay 2 = K = {kırmızı gelmesi} = {K,K,K,K}

$$P(B \cup K) = P(B) + P(K) - \underbrace{P(B \cap K)}_{\text{Kesişim 0 dir.}}$$

$$= \frac{2}{9} + \frac{4}{9} - 0$$

$$P(B \cup K) = \frac{6}{9} \text{ dur.}$$

Windows'u

1. Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz, 3 tane sarı bilye vardır. Buna göre, torbadan seçilen bir bilyenin sarı veya kırmızı olma olasılığı kaçtır?

2. Bir çantada 2 mavi, 6 sarı, 4 siyah çorap vardır. Çantaya bakmadan çoraplardan bir tanesi seçilecektir. Mavi veya siyah çorap seçilme olasılığı kaçtır?

3. Bir torbada 7 paket peynirli cips, 3 paket peynirli börek, 4 paket patates cipsi ve 6 paket mısır cipsi bulunuyor. Eğer Merve hiç bakmadan torbaya uzanır ve bir paket seçerse, patates cipsi veya mısır cipsi seçme olasılığı kaçtır?

Olasılık ve Olasılık Deneyi



Olasılık, bir olayın olmasının veya olmamasının matematiksel değeri veya olabilirlik yüzdesidir. Bir olayı kurgulayıp sonucunun gözlemlenmesine de **olasılık deneyi** denir. Örneğin; bir zarın havaya atılıp yere düştüğünde üst yüzüne hangi sayının geleceğinin gözlemlenmesi bir olasılık deneyidir.

Olasılık Terimleri

Çıktı : Bir olasılık deneyinde elde edilebilecek sonuçların her birine çıktı denir.

Örnek Uzay : Çıktıların tümünün oluşturduğu topluluğa **örnek uzay** denir.

Olay : Bir deneyde gerçekleşmesini istediğimiz durumlara olay denir. Olaylar örnek uzayın bir alt gruplarıdır.

“ÇANAKKALE” kelimesinin her bir harfi aynı büyüklükte birer karta yazılıp bir torbaya konulduktan sonra rastgele bir kart çekiliyor. Kartta “A” harfinin yazılı olma durumunu inceleyelim.

Deney : Torbadan rastgele bir kart çekilmesi.

Çıktı : Ç A N A K K A L E kartlarının her birine çıktı denir.

Örnek Uzay : Bu çıktıların tümüne örnek uzay denir. Örnek uzay “E” harfi ile gösterilir.

$E = \{\text{Ç, A, N, A, K, K, A, L, E}\}$ örnek uzayının 9 tane elemanı vardır.

Olay : Çekilen kartın üzerinde “A” harfinin yazması

Olay Çıktıları : A A A

Çekilen kartın “A” harfli gelmesi olayına ait üç tane olası durum vardır.

Bir zar atıldığında üst yüze 4 ten büyük sayı gelmesi olayını inceleyelim.

Deney :

Örnek Uzay :

Olay :

Olay Çıktıları :

Bir madeni para atıldığında üst yüze tura gelmesi olayını inceleyelim.

Deney :											
Örnek Uzay :											
Olay :											
Olay Çıktıları :											

Hilesiz bir zar ve bir madeni paranın atılması deneyinde olası durumların sayısını bulalım.

(1, Tura) (1, Yazı) (2, Tura) (2, Yazı) (3, Tura) (3, Yazı)

(4, Tura) (4, Yazı) (5, Tura) (5, Yazı) (6, Tura) (6, Yazı)

Yukarıdaki gibi tüm olası durumlar listelendiğinde bu deneyin 12 farklı olası durumu olduğu görülür.

1 den 10 a kadar olan sayılar arasından rastgele seçilen bir sayının çift sayı olması olayında olası durum sayısı kaçtır?

Ayların eş kartlara yazılıp bir kartın rastgele seçilmesi deneyinde seçilen karttaki ayın 4 harfli olması olayında olası durum sayısı kaçtır?

**Bir çift hilesiz zarın atılması deneyinde
üst yüze gelen sayıların çarpımlarının 6
olduğu olası durumların sayısı kaçtır?**

2 farklı gömlek ve 3 farklı kazak arasından 1 gömlek ve 1 kazak seçilmesi durumunda olası durumların sayısı kaçtır?

Eş Olasılık

- ✍ Bir olasılık deneyinde her bir çıktının gerçekleşme olasılığı aynı ise buna **eş olasılık** denir.
Örneğin; bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 2 ya da 5 olma durumları eş olasılıklıdır.
- ✍ Büyüklükleri, biçimleri ve fiziksel özellikleri aynı olan fakat renkleri desenleri üzerindeki yazı veya numaraları farklı olabilen nesnelere **özdeş nesneler** denir.
Özdeş nesneler bir torbaya konulup rastgele biri seçilirse her birinin gelme durumu eş olasılıklıdır.
- ❖ 4 siyah, 5 kırmızı, 3 mavi, 4 beyaz özdeş bilyenin bulunduğu bir torbadan rastgele bir bilyenin seçilmesi deneyinde “**daha fazla**”, “**eşit**”, “**daha az**” olasılıklı olayları belirleyelim.
Olayların olası durum sayıları incelendiğinde;
kırmızı bilye gelme olasılığının diğer olaylara göre “**daha fazla**”,
mavi bilye gelme olasılığının diğer olaylara göre “**daha az**”
siyah ve beyaz bilye gelme olasılıklarının ise “**eşit**” olduğu görülür.

“KIRIKKALE” kelimesindeki harflerin her biri eş kartlara yazılıp bir torbaya konulduktan sonra rastgele bir kart seçilmesi deneyinde hangi harfin gelme olasılığı daha fazla olur?

Bir sınıfta 10 erkek 10 kız öğrenci vardır.

Rastgele seçilen bir öğrencinin kız ya da erkek olma olasılıklarını karşılaştırınız.

Bir kitaplıkta 3 matematik, 4 Türkçe ve 6 İngilizce ders kitabı vardır.

Rastgele seçilen bir kitabın hangisi olma olasılığı daha azdır?

Bir vazodaki 21 çiçekten 9 tanesi kırmızı diğerleri sarı veya beyaz renklidir.

Bu vazodan rastgele seçilen bir çiçeğin sarı ya da beyaz olma olasılıkları eşit ise bu vazoda kaç tane beyaz çiçek vardır?

✍ Örnek uzaydaki tüm durumların sayısı n olan bir deneyde her bir çıktının gerçekleşme olasılığı $\frac{1}{n}$ dir.

❖ Bir zarın atılması deneyinde üst yüze 1, 2, 3, 4, 5, 6 sayılarından her birinin gelme olasılığı $\frac{1}{6}$ dir.

✍ Bir olayın gerçekleşme olasılığı; olay çıktı sayısının örnek uzay sayısına bölümü ile bulunur.

$$\text{Bir A Olayının Olma Olasılığı} = \frac{\text{Olay Çıktı Sayısı}}{\text{Örnek Uzay Sayısı}} = \frac{s(A)}{s(E)}$$

❖ Bir zarın atılması deneyinde üst yüze asal sayı gelme olasılığını bulalım.

Örnek Uzay : {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Olay Çıktıları : {2, 3, 5}

Zarın asal sayı gelme olasılığı $O(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ dir.

Rastgele atılan bir madeni paranın üst yüzüne yazı gelme olasılığı kaçtır?

Bir sepette yeşil ve kırmızı olmak üzere toplam 20 tane elmanın 8 tanesi yeşildir.

Sepetten rastgele seçilen bir elmanın;

a) yeşil olma olayının olasılığı kaçtır?

b) kırmızı olma olayının olasılığı kaçtır?

Eş büyüklükteki 15 karta 1 den 15 e kadar sayılar yazılıp bir torbaya konuluyor.

Torbadan rastgele bir kart çekildiğinde kartta yazılı olan sayının;

a)	çift sayı olma olasılığı kaçtır?
b)	asal sayı olma olasılığı kaçtır?
c)	4 ün katı olma olasılığı kaçtır?
d)	7 den küçük olma olasılığı kaçtır?

Özdeş 2 mavi, 5 kırmızı ve 3 beyaz topun bulunduğu bir torbadan rastgele bir top çekiliyor.

Çekilen topun mavi olma olasılığı yüzde kaçtır?

Kesin Olay

 Gerçekleşme olasılığı $\%100 = \frac{100}{100} = 1$ olan olaylardır.

Örneğin, bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 7 den küçük olma durumu kesin olaydır.

Örnek uzay: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ve $s(E) = 6$ olur.

Olay kümesi: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ve $s(A) = 6$ olur.

Olasılık: $O(A) = \frac{6}{6} = 1$ olur. $1 = \frac{1}{1} = \frac{100}{100} = \%100$ dür.

İmkansız Olay



Gerçekleşme olasılığı “0” (sıfır) olan olaylardır.

Örneğin, bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 6 dan büyük olma durumu **imkansız olay**dır.

Örnek uzay: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ve $s(E) = 6$ olur.

Olay kümesi: $A = \{ \}$ ve $s(A) = 0$ olur.

Olasılık: $O(A) = \frac{0}{6} = 0$ olur.

İmkansız olayın olasılık değeri “0” ve kesin olayın olasılık değeri “1” dir. Diğer olayların olasılık değerleri ise sıfır ile bir arasındadır. O halde, herhangi bir olayın olasılık değeri $O(A)$ ise; $0 \leq O(A) \leq 1$ olur.

Olasılık değeri negatif veya 1 den büyük olamaz.

Örneğin; -5 , $-\frac{1}{3}$, $\frac{6}{5}$, 2 ve 1, 2 olasılık değerleri olamaz.

%20, $\frac{1}{6}$ ve 0,2 birer olasılık değeri olabilir.

Bir olayın olma olasılığı $O(A)$ ve olmama olasılığı $O(A')$ ise $O(A) + O(A') = 1$ olur. Yani $O(A') = 1 - O(A)$ veya $O(A) = 1 - O(A')$ olur.

- ❖ Örneğin, bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının 2 olmama olasılığını iki ayrı yoldan bulalım.

I. yol

Örnek uzay: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Olay kümesi: $A' = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

$$O(A') = \frac{5}{6} \text{ olur.}$$

II. yol

Üst yüze gelen sayının 2 olma olasılığı,

$O(A) = \frac{1}{6}$ olduğundan 2 olmama olasılığı

$$O(A') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \text{ olur.}$$

Aşağıdaki olayları kesin ve imkansız olay olarak belirleyiniz.

a) Havaya atılan bir zarın üst yüzüne gelen sayının rakam olma olasılığı

b) Ayların yazılı olduğu kartlardan rastgele seçilen bir kartın üzerinde “İ” harfi ile başlayan bir ay yazma olasılığı

c) Özdeş 2 sarı ve 3 mavi bilyenin bulunduğu bir torbadan rastgele seçilen bir bilyenin beyaz olma olasılığı

Bir A olayının olma olasılığı $\frac{2}{5}$ ise olma-
ma olasılığı yüzde kaçtır?

Bir sepette 12 sarı ve bir miktar beyaz yumurta vardır.

Sepetten rastgele seçilen bir yumurtanın beyaz olma olasılığı $\frac{5}{8}$ ise sepetteki beyaz yumurta sayısı kaçtır?

Bir torbada bulunan aynı büyüklükte 30 elmadan bir kısmı yeşil diğerleri kırmızıdır.

Rastgele seçilen bir elmanın yeşil olma olasılığı $\frac{3}{5}$ ise kırmızı elma sayısı kaçtır?

Bir sınıftaki kız öğrenci sayısının erkek öğrenci sayısına oranı $\frac{3}{7}$ tür.

Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı kaçtır?

Aşağıdakilerden hangisi bir olasılık değeri olabilir?

- A) %120 B) $-\frac{1}{3}$ C) 0,25 D) $\frac{4}{3}$

K A R A K A R T A L

kelimesinin tüm harfleri birer özdeş karta yazılıp bir torbaya konulduktan sonra torbadan rastgele bir kart çekme deneyi yapılıyor.

Bu deneyle ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Örnek uzayın çıktı sayısı 10 dur.
- B) Çekilen kartın sessiz harf olma olayının çıktı sayısı 6 dır.
- C) Çekilen kartın A olma olayının çıktı sayısı 4 tür.
- D) Çekilen kartın A olma olasılığı %4 tür.

“BİLGİYOLU” kelimesindeki harflerden rastgele birinin seçilmesi deneyinde seçilen harfin sesli harf olma olayına ait kaç olası durum vardır?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 9

Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

- A) 7 den küçük sayı gelme olasılığı %100 dür.
- B) 6 dan büyük sayı gelme olasılığı sıfırdır.
- C) Asal sayı gelme olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.
- D) 3 ten küçük sayı gelme olasılığı $\frac{1}{6}$ dir.

Bir zar atılma deneyinde aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır?**

- A) Üst yüze iki basamaklı bir sayı gelmesi imkansız olaydır.
- B) Üst yüze 7 den küçük bir pozitif doğal sayı gelmesi kesin olaydır.
- C) Üst yüze 1 sayısının gelme durumu ile 2 sayısının gelme durumu eş olasılıklıdır.
- D) Üst yüze 6 gelme durumu ile 6 gelmeme durumu eş olasılıklıdır.

Bir A olayının gerçekleşme olasılığı 0,2 ise **gerçekleşmeme** olasılığı yüzde kaçtır?

A) 20

B) 40

C) 60

D) 80

Aşağıdakilerden hangisi bir zar ve bir maddenin paranın birlikte atılması deneyine ait olası durumlardan biri **değildir**?

A) 5 – Tura

B) 2 – Yazı

C) 7 – Yazı

D) 4 – Tura

Bir torbada 15 mavi ve 6 yeşil top vardır.

Bu torbaya aşağıdakilerden hangisi eklenirse torbadan seçilecek topun mavi ya da yeşil olma olasılığı eşit olur?

- A) 2 mavi – 4 yeşil
- B) 7 mavi – 16 yeşil
- C) 5 mavi – 5 yeşil
- D) 4 mavi – 10 yeşil

30 kişilik bir sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin sınıf listesindeki sıra numarası ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Bir rakam olma olasılığı $\frac{1}{3}$ dir.

B) 24'ten büyük olma olasılığı $\frac{1}{6}$ dir.

C) Asal sayı olma olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

D) Çift sayı olmama olasılığı $\frac{1}{2}$ dir.

M A R M A R A

kelimesinin bütün harfleri birer özdeş karta yazılıp bir torbaya konuluyor.

Torbadan rastgele bir kart çekildiğinde A harfinin gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{7}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{3}{7}$

D) $\frac{1}{2}$

Bir sepette bulunan 5 yeşil, 7 sarı ve 8 kırmızı elmadan rastgele biri seçiliyor.

Seçilen elmanın sarı olma olasılığı yüzde kaçtır?

A) 7

B) 14

C) 28

D) 35

Bir torbada kırmızı bilyelerin sayısı beyaz bilyelerin sayısının 2 katıdır. Bu torbada 2 tane de siyah bilye vardır.

Bu torbadan rastgele seçilen bir bilyenin kırmızı olma olasılığı $\frac{3}{5}$ olduğuna göre, torbada toplam kaç bilye vardır?

A) 6

B) 12

C) 18

D) 20

İçinde özdeş 4 yeşil, 6 kırmızı ve 8 mavi top bulunan bir torbadan rastgele bir top çekiliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Çekilen topun yeşil olma olasılığı $\frac{2}{9}$ dir.
- B) Çekilen topun yeşil olmama olasılığı $\frac{7}{9}$ dir.
- C) Çekilen topun kırmızı olma olasılığı $\frac{1}{3}$ dir.
- D) Çekilen topun mavi olma olasılığı $\frac{8}{9}$ dir.

12 kız ve 18 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfta sınıf başkanı kura ile belirlenecektir.

Sınıf başkanının erkek olma olasılığı yüzde kaçtır?

A) 60

B) 50

C) 40

D) 30

30 sayısının pozitif tam sayı bölenleri birer kağıda yazılıp bir torbaya konuluyor.

Torbadan rastgele çekilen bir sayının iki basamaklı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{3}{8}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{5}{8}$

Bir kutuda bir miktar mavi bilye, mavi bilyelerin yarısı kadar kırmızı ve iki katı kadar da beyaz bilye vardır.

Kutudan rastgele çekilen bir bilyenin mavi olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{2}{7}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{5}$

“Ve” Bağlacı İle “Veya” Bağlacının Olasılıktaki Önemi



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

Yukarıdaki numaralanmış kartlar bir torbaya konulup rastgele bir kart çekiliyor.

a) Çekilen kartın **çift ve 7 den büyük** olma olasılığını bulalım.

“ve” bağlacı olduğunda hem **çift** hem de **7 den büyük** olma şartlarını aynı anda sağlayan sayılar alınır.

Çift sayılar: 2, 4, 6, **8, 10, 12** ve **7 den büyük sayılar:** 8, 9, **10, 11, 12** olduğundan

Çift ve 7 den büyük sayılar: **8, 10, 12** olmak üzere **3** tanedir.

Çekilen kartın **çift ve 7 den büyük** olma olasılığı $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ olur.

b) Çekilen kartın **çift veya 7 den büyük** olma olasılığını bulalım.

“veya” bağlacı olduğunda çift olma şartı ile 7 den büyük olma şartlarından birini bile sağlayan sayıların tümü alınır.

Çift sayılar: 2, 4, 6, 8, 10, 12 ve **7 den büyük sayılar:** 8, **9, 10, 11, 12** olduğundan

Çift veya 7 den büyük sayılar: 2, 4, 6, 8, 10, 12, **9, 11** olmak üzere **8** tanedir.

Çekilen kartın **çift veya 7 den büyük** olma olasılığı $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ olur.