

RASYONEL SAYILARLA DÖRT İŞLEM

RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER TOPLAMA İŞLEMİ

Not: Rasyonel sayılarda toplama işlemi yapılırken;

- İlk olarak tam sayılı rasyonel sayılar bileşik kesre çevrilir.
- Paydalar eşit ise paylar tamsayılardaki gibi toplanır ve paya yazılır, eşit olan paydalardan biri sonucun paydası olarak yazılır.
- Paydalar eşit değil ise,, ekok yardımıyla paydalar eşitlenir ve paylar toplanır paya yazılır ve ortak payda sonucun paydası olur.

SORULAR:

- $(+\frac{3}{7}) + (+\frac{2}{7}) =$
- $(+\frac{1}{8}) + (-\frac{7}{8}) =$
- $(-\frac{1}{3}) + (-\frac{7}{3}) =$
- $(+\frac{5}{4}) + (+\frac{13}{2}) =$
- $(-\frac{3}{4}) + (-\frac{3}{12}) =$
- $(-\frac{5}{7}) + (+\frac{2}{5}) =$
- $(+1\frac{1}{8}) + (2\frac{2}{3}) =$
- $(+\frac{1}{5}) + (+4) =$
- $(-8) + (-\frac{2}{4}) =$
- $(+1\frac{1}{2}) + (-2) =$
- $(-1\frac{1}{15}) + (+\frac{7}{10}) =$
- $(-1\frac{1}{4}) + (-3\frac{7}{8}) =$



ÖRNEK:

$$(-\frac{5}{7}) + (-\frac{3}{7}) + (+\frac{2}{7}) =$$



ÖRNEK:

$$(-\frac{7}{18}) + (-1) + (-\frac{5}{6}) =$$

Örnek 78

$\frac{3}{4} + \frac{7}{12} + (-\frac{11}{6})$ işleminin sonucunu bulalım.

Örnek

$$(-\frac{1}{5}) + \frac{3}{4} + (-\frac{1}{2})$$

işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$$(-1\frac{1}{2}) + 2\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

işleminin sonucu kaçtır?

Rasyonel Sayılar Kümesinde Toplama İşleminin Özellikleri

a) Değişme Özelliği

İki rasyonel sayının toplanmasıyla elde edilen sonuç, sayıların yerlerinin değiştirilerek toplanmasıyla elde edilen sonuçla aynıdır.

Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin değişme özelliği vardır.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} + \frac{3}{4}$$

(3) (2) (2) (3)

$$\frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12}$$

$$\frac{19}{12} = \frac{19}{12}$$

b) Birleşme Özelliği

Üç rasyonel sayı toplanırken ilk iki sayının toplamına üçüncü sayının eklenmesi ile bulunan sonuç, son iki sayının toplamına ilk sayının eklenmesi ile bulunan sonuca eşittir. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin birleşme özelliği vardır.

$$\frac{1}{6} + \left(\frac{4}{6} + \frac{5}{6}\right) = \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{6}\right) + \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{9}{6} = \frac{5}{6} + \frac{5}{6}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{10}{6}$$

c) Etkisiz Eleman

Bir rasyonel sayı ile sıfırın toplamı, rasyonel sayının kendisine eşittir.

Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde toplama işleminin etkisiz (birim) elemanı sıfırdır.

$$\frac{3}{7} + 0 = \frac{3}{7}$$

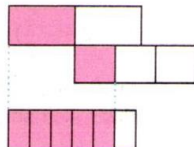
$$0 + \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

d) Ters eleman

Toplamları sıfır olan iki rasyonel sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

$\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right) = 0$ olduğundan $\frac{3}{4}$ ün toplama işlemine göre tersi $-\frac{3}{4}$ ve $-\frac{3}{4}$ ün toplama işlemine göre tersi $\frac{3}{4}$ tür.

 **ÖRNEK:**



Yukarıda modellenmesi verilen işlem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$

B) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

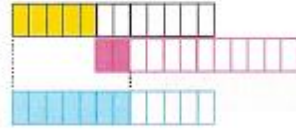
C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

D) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Örnek - 1



Aşağıdaki şekilde iki rasyonel sayı ile yapılan bir toplama işlemi modellenmiştir.

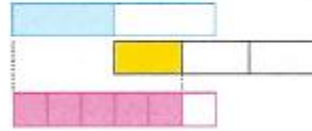


Buna göre, modellenen toplama işlemini bulalım.

Örnek - 4



Aşağıdaki şekilde iki rasyonel sayı ile yapılan bir toplama işlemi modellenmiştir.



Buna göre, modellenen toplama işlemini bulalım.

RASYONEL SAYILARLA ÇIKARMA İŞLEMİ

Not: Rasyonel sayılarda çıkarma işlemi yapılırken;

- İlk olarak tam sayılı rasyonel sayılar bileşik kesre çevrilir.
- Paydalar eşit ise paylar tamsayılardaki gibi çıkarılır ve paya yazılır, eşit olan paydalardan biri sonucun paydası olarak yazılır.
- Paydalar eşit değil ise; ekok yardımıyla paydalar eşitlenir ve paylar çıkarılır paya yazılır ve ortak payda sonucun paydası olur.

SORULAR:

• $\left(-\frac{1}{7}\right) - \left(+\frac{2}{7}\right) =$

• $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{5}{6}\right) =$

• $\left(+3\frac{1}{3}\right) - \left(+1\frac{1}{2}\right) =$

• $(+4) - \left(+\frac{1}{5}\right) =$

- $(+\frac{3}{4}) - (+1\frac{2}{3}) =$
- $(+\frac{3}{8}) - (+5) =$
- $(-\frac{1}{2}) - (-\frac{5}{6}) =$
- $(-4\frac{1}{5}) - (-\frac{1}{20}) =$
- $(-1\frac{1}{6}) - (-2) =$
- $(-\frac{3}{4}) - (-8) =$
- $(-\frac{3}{8}) - (+\frac{1}{24}) =$
- $(-4\frac{1}{5}) - (+\frac{3}{10}) =$
- $(-4) - (+\frac{1}{5}) =$

Örnek 94

$\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$ işleminin sonucunu bulalım.

Örnek 96

$(-\frac{3}{8}) - (-\frac{1}{2}) - \frac{3}{4}$ işleminin sonucunu bulalım.

$$\begin{aligned} (-\frac{3}{8}) - (-\frac{1}{2}) - \frac{3}{4} &= -\frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{3}{8} + \frac{4}{8} - \frac{6}{8} \\ &= \frac{-3+4-6}{8} = -\frac{5}{8} \end{aligned}$$

SORU:

$$(-3) - (+\frac{1}{2}) - (-\frac{1}{4}) =$$

SORU:

$$(-\frac{3}{7}) - (+\frac{1}{2}) - (+\frac{1}{21}) =$$

SORU:

$$(-1\frac{2}{5}) - (-3) - (+\frac{1}{4}) =$$

SORU:

$$\bullet \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) = \dots\dots\dots$$

SORU:

$$(-\frac{2}{9}) + (+\frac{7}{45}) - (-\frac{2}{15}) =$$

SORU:

$$(-\frac{1}{3}) + (-\frac{2}{5}) - (+\frac{3}{30}) =$$

RASYONEL SAYILARLA ÇARPMA İŞLEMİ

İki rasyonel sayının çarpımında paylar çarpılarak çarpımın payını ve paydalar çarpılarak çarpımın paydasını oluşturur.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$(-\frac{1}{4}) \times \frac{3}{5} = \frac{(-1) \times 3}{4 \times 5} = -\frac{3}{20}$$

Tam sayılı kesirlerle çarpma işlemi yapılırken öncelikle tam sayılı kesirler bileşik kesre çevrilmelidir.

$$(-2\frac{1}{4}) \cdot \frac{3}{5} = (-\frac{9}{4}) \cdot \frac{3}{5} = \frac{(-9) \cdot 3}{4 \cdot 5} = -\frac{27}{20}$$

SORU:

- $(+\frac{1}{2}) \cdot (+\frac{4}{5}) =$
- $(+\frac{7}{5}) \cdot (+\frac{5}{28}) =$
- $(-5) \cdot (-1\frac{1}{2}) =$
- $(-2\frac{1}{3}) \cdot (-2) =$

- $(-\frac{4}{13}) \cdot (-\frac{1}{5}) =$
- $(-1\frac{6}{7}) \cdot (-\frac{15}{26}) =$
- $(-\frac{4}{5}) \cdot (-1\frac{2}{3}) =$
- $(-\frac{4}{13}) \cdot (-\frac{26}{8}) =$
- $(-\frac{6}{25}) \cdot (+\frac{5}{6}) =$
- $(+\frac{15}{25}) \cdot (-\frac{25}{15}) =$

SORU:

- $(-\frac{1}{2}) \cdot (-4) \cdot (+\frac{1}{5}) =$
- $(-1) \cdot (-\frac{2}{6}) \cdot (+\frac{2}{5}) =$
- $(+\frac{1}{5}) \cdot (+\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{7}{6}) =$



ÖRNEK:

$$(1+\frac{1}{2}) \cdot (1+\frac{1}{3}) \cdot (1+\frac{1}{4})$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) 4



ÖRNEK:

$$\frac{2}{3} \cdot (\frac{1}{3} + \frac{3}{2}) \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$



ÖRNEK:

$$\frac{4}{5} \cdot (\frac{2}{9} - \frac{1}{3}) \text{ işleminin sonucunu bulalım.}$$

Rasyonel Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

Değişme Özelliği

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{21}$$

İki rasyonel sayının çarpılmasıyla elde edilen sonuç, sayıların yerlerinin değiştirilerek çarpılmasıyla elde edilen sonuçla aynıdır. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

Birleşme Özelliği

Üç rasyonel sayı çarpılırken ilk iki rasyonel sayının çarpımı ile üçüncü rasyonel sayı çarpıldığında bulunan sonuç; son iki rasyonel sayının çarpımı ile ilk rasyonel sayı çarpıldığında bulunan sonuca eşittir. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin birleşme özelliği vardır.

$$\begin{aligned} (-\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}) \times \frac{5}{7} &= -\frac{1}{2} \times (\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}) \\ -\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} &= -\frac{1}{2} \times \frac{15}{28} \\ -\frac{15}{56} &= -\frac{15}{56} \end{aligned}$$

Yutan Eleman Özelliği

Herhangi bir rasyonel sayı sıfır ile çarpıldığında sonuç sıfır olmaktadır. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin yutan eleman özelliği vardır ve yutan eleman 0 dır.

$$\begin{aligned} (-\frac{2}{3}) \times 0 &= 0 \\ 0 \times (-\frac{2}{3}) &= 0 \end{aligned}$$

Ters Eleman Özelliği

Çarpımları 1 (etkisiz eleman) olan iki rasyonel sayı çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

$$\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = 1$$

$$(-\frac{2}{5}) \times (-\frac{5}{2}) = 1$$

Etkisiz (Birim) Eleman Özelliği

Herhangi bir rasyonel sayı +1 ile çarpıldığında çarpım yine rasyonel sayının kendisidir. Bu nedenle rasyonel sayılar kümesinde çarpma işleminin etkisiz eleman özelliği vardır ve etkisiz eleman 1 dir.

$$\frac{3}{7} \times 1 = \frac{3}{7}$$

$$1 \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

RASYONEL SAYILARLA BÖLME İŞLEMİ

Bölme işlemi ayrıca; birinci kesir aynen kalıp ikinci kesrin ters çevrilerek çarpılması (ters çevir çarp algoritması) ile de yapılır.

$\frac{3}{4} : \frac{12}{9}$ işleminin sonucunu ters çevir çarp algoritması ile yapalım.

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} : \frac{12}{9} &= \frac{3}{4} \times \frac{9}{12} \\ &= \frac{3 \times 9}{4 \times 12} \\ &= \frac{27}{48} = \frac{9}{16}\end{aligned}$$

SORULAR:

- $(+4) : (+\frac{1}{6}) =$
- $(+\frac{1}{3}) : (+\frac{5}{12}) =$
- $(+5) : (+3\frac{1}{3}) =$
- $(+\frac{1}{12}) : (+\frac{1}{12}) =$
- $(-\frac{12}{17}) : (-2) =$
- $(-12) : (-2\frac{1}{4}) =$
- $(+1\frac{1}{3}) : (-\frac{2}{15}) =$
- $(-6) : (+\frac{3}{7}) =$
- $(-\frac{3}{5}) : (+6) =$

Örnek

$(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}) : (\frac{4}{7} + \frac{1}{3})$ işleminin sonucu kaçtır?

Örnek

$\frac{\frac{3}{4}}{2} + \frac{2}{\frac{4}{5}}$ işleminin sonucu kaçtır?

NOT: Yukarıdaki soruya uygun sorular çözdür.

SORU:

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

a. $\frac{1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2}} =$

c. $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$

e. $\frac{\frac{3}{5}}{4} - \frac{1}{4} =$

d. $4 + \frac{3}{\frac{5}{2}} =$

f. $\frac{2\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} + \frac{\frac{3}{4}}{2} =$

SORU:

$\frac{(1+\frac{1}{10})-(1+\frac{1}{11})}{(1-\frac{1}{10})-(1-\frac{1}{11})}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{22}{15}$ C) $\frac{22}{5}$ D) $\frac{17}{3}$

$\frac{2-\frac{1}{2}}{1-\frac{3}{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) -1 C) -3 D) -4